抑止アーク付きマークグラフのデッドロック解析

情報科学科　野村 和輝　　　指導教員：太田 淳

1　はじめに

ペトリネットの安全な動作を妨げる問題の一つとしてデッドロックが挙げられる。デッドロックとは初期マーキングから可達なあるマーキングにおいて、そこから全ての可達なマーキングですべてのトランジションが発火できないことをいう。本研究では抑止アークを付加したマークグラフのデッドロック解析を行う。抑止アークに関する入力プレースにトークンがあるとき、トランジションは発火できない。そのため、一般的に抑止アークを付加されたペトリネットはモデル化能力が向上するが、一方で解析を行う際の複雑さが増す。そのため、本研究では簡易な構造であるマークグラフ(MG)に抑止アークを付加した際のデッドロックに関して考察を行う。

2　抑止アーク付き MG のデッドロック回避

ペトリネット$\Sigma = (P, T, F, I, M_0)$のプレース集合$S \subseteq P$、$H \subseteq P$が$S \cap H = \emptyset$，$(\bullet S \cup H\bullet) \subseteq (S\bullet \cup H\circ)$を満たすとき$(S, H)$を抑止アークサイフォンと呼ぶ。ただし、$p\bullet = \{t | (t, p) \in F\}$，$\bullet p = \{t | (t, p) \in F\}$，$p\circ = \{t | (p, t) \in I\}$である。また、マーキング$M$において$\forall p \in S; M(p) = 0, \forall p \in H; M(p) \geq 1$が成り立つ時、$(S, H)$は dead であるという。

図 1 のペトリネットは、抑止アークサイフォン$(S, H) = (\{p_1, p_2, p_4, p_5\}, \{p_3, p_6\})$をもつ。

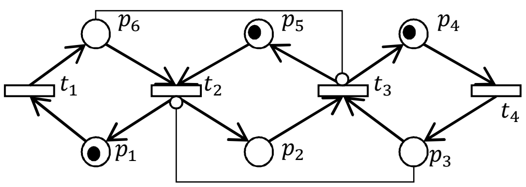

図 1：抑止アークサイフォン

初期状態においてデッドロックではない安全な(各プレースのトークン数が1を超えない)抑止アーク付きマークグラフの抑止アークサイフォン(S, H)に対して以下の評価基準に基づき評価点を定める。

(1) 抑止アークサイフォン(S, H)に対し、以下の条件に従い現在のマーキングの評価点Cを決定する。
  - (a) Sにあたるプレースにトークンが存在するとき、Cに+1点を加える。
  - (b) Hにあたるプレースにトークンが存在しないとき、Cに+1点を加える。

(2) 各トランジションに以下の基準に従いトランジションの評価点Dを決定する。
  - (c) Sにあたるプレースからトークンを取り除く働きをするならDに−1点を加える。
  - (d) Sにあたるプレースにトークンを加える働きをするならDに+1点を加える。
  - (e) Hにあたるプレースからトークンを取り除く働きをするならDに+1点を加える。
  - (f) Hにあたるプレースにトークンを加える働きをするならDに−1点を加える。

初期状態からトランジションが発火した際に発火したトランジションの評価点Dを初期マーキングの評価点Cに加えることで初期状態から可達な各マーキングの評価点を求めることができる。

このとき、以下のことが言える。

(定理 1) 強連結かつ安全な抑止アーク付きマークグラフ$\Sigma = (P, T, F, I, M_0)$の抑止アークサイフォン$(S, H)$に対するマーキング$M$の評価点$C$が0点の時、$\Sigma$は$M$からいかなる発火系列をたどってもデッドロックとなる。

(証明) Cが 0 点であるということは、Cの評価基準より、(S, H)のSにあたるすべてのプレースにトークンが存在せず、Hにあたるすべてのプレースにトークンが存在する状態である。故に、$\forall p \in S; M(p) = 0$かつ$\forall p \in H; M(p) = 1$が成り立つ。よって、$(S, H)$は dead である。強連結マークグラフは公平ネットである。故に抑止アーク付き強連結マークグラフも公平ネットである。公平ネットにおいて dead な抑止アークサイフォンが存在すれば、どのトランジションも高々有限回しか発火できない。したがって、どのような発火系列をたどろうとも必ずデッドロック状態に陥る。□

(定理 2) Σがデッドロックである時、(S, H)に対するそのマーキングMでの評価点Cは0点である。

(証明) 任意のトランジションtが発火できないので$M(p) = 0$なる入力プレース$p \in \bullet t$または$M(p') > 0$なる抑止アークに関する入力プレース$p' \in \circ t$が存在する。Mでトークンを持たないプレースの集合をS、トークンを持ち、かつ、抑止アークが接続するプレースの集合をHとすれば、$T = S\bullet \cup H\circ$である。したがって、(S, H)は dead な抑止アークサイフォンであり、$\forall p \in S; M(p) = 0$かつ$\forall p \in H; M(p) \geq 1$が成り立つので、評価基準(a)(b)より$(S, H)$に対する$M$の評価点$C$を求めると0点となる。□

すべての最小抑止アークサイフォン(S, H)に対して評価点C、Dを求め、各マーキングにおいて各(S, H)に対する評価点Cが0点とならないような評価点Dであるトランジションを発火させていくことでデッドロックを回避することができる。

3 終わりに

本研究では安全な抑止アーク付きマークグラフを対象としているため、一つのプレースに複数のトークンがある場合には適用できない。各評価基準(c)から(f)の評価対象をプレースからトークンを取り除く(加える)という点からプレースのトークンを0個にする(1個にする)という点に変更すれば提案方法が適用可能になると思われるが、マーキングによってDの値が変わってしまうという問題が発生する。また、評価を行うためにすべの最小抑止アークサイフォンを見つける必要があるため、巨大なネットに適用することは困難である。これらの問題の解決は今後の課題とする。

参考文献

[1] 村田 忠夫、「ペトリネットの解析と応用」、近代科学社、1992

[2] 太田淳、辻孝吉、「抑止アーク付きマークグラフの活性解析とワークフローへの応用」、2011 年電子情報通信学会基礎・境界ソサエティ大会