

多元コヒーレント状態信号に対する量子準最適受信機の平均誤り率の改善に関する研究

近藤 隆司

指導教員：白田 毅

1 はじめに

量子情報理論に基づく平均誤り率が最小となる受信機を量子最適受信機と呼ぶ。Kennedy によって量子最適受信機の特徴には及ばないが、それに近い特性を持つ量子準最適受信機が、2 元コヒーレント状態信号に対して提案された [1]。また、Dolinar により 2 元コヒーレント状態信号に対する量子最適受信機が提案された [2]。多元信号に対する量子最適受信機は原理的に構成できることが示されているが、現在の技術では実現が困難である。このため、量子最適受信機に比べ構成が容易な量子準最適受信機の研究も重要であるとして、研究が進められている。

量子準最適受信機の研究は Kennedy 受信機に続き、Bondurant によりフィードバック機構を導入することで 4 相 PSK に拡張された [3]。これらを受け山崎は Kennedy や Bondurant の提案した受信機を特別な場合として含む、フィードバック機構を導入した多元コヒーレント状態信号に対する量子準最適受信機の構成法を提案した [4]。

多元コヒーレント状態信号に対する量子受信機はこれまでにいくつかの改良方法が提案されてきた [5]。シフト作用素の振幅の最適化やフィードバック回数の増加が行われたが、シフト作用素の位相についての最適化やフィードバック回数の上限を無しとする場合の誤り率特性などの課題が残されている。

本稿では、 M 相 PSK コヒーレント状態信号に対し、シフト作用素の位相を調整し、既存の改善手法との組み合わせによる位相調整の効果の確認及び局発光の調整を限定した上でフィードバック回数の上限を無しとしたときの量子準最適受信機の誤り率の漸近的特性について、フィードバック回数の上限が有限の量子準最適受信機と比較し、考察を行う。

2 多元 PSK コヒーレント状態信号に対する量子受信機の構成

文献 [5] で改良された M 相 PSK コヒーレント状態信号に対する量子準最適受信機の構成・動作について説明を行う。受信機の基本的な構成は図 1 に示す。信号 m に対する量子状態を $|\alpha_m\rangle = |\alpha e^{i\frac{2m}{M}\pi}\rangle (m = 0, 1, \dots, M-1)$ と表す。また、局発光を用いて受信信号の位相振幅をシフトさせる操作をシフト作用素 $\hat{D}(\cdot)$ を用いて表す。受信機では、受信した量子状態 $|\alpha_m\rangle$ に対して量子状態 $|\alpha_0\rangle$ が真空に近づくような局発光 $\hat{D}(-\gamma_0)$ を準備し、シフト作用素を施す。シフト後の状態 $|\alpha_m - \gamma_0\rangle$ に対して光子計数を行い、光子が検出されなければ信号 0 と決定し終了する。光子が検出されたら、その瞬間から次の量子状態 $|\alpha_1\rangle$ を真空とするようなシフト作用素 $\hat{D}(-\gamma_1 e^{i\frac{2}{M}\pi})$ を施し、光子計数を行う。以上の操作を最大 N 回 ($N \geq M$) 繰り返し行い、シフト作用素 $\hat{D}(-\gamma_i e^{i\frac{2i}{M}\pi}) (i = 0, 1, \dots, N)$ を施している間に光子を検出しなければ信号 $i \pmod{M}$ と決定する。

3 シフト作用素における位相調整

先行研究により改良された量子準最適受信機ではシフト作用素における振幅が最適化され誤り率が改善された。振幅同様シフト作用素における要素である位相についても改善する余地が

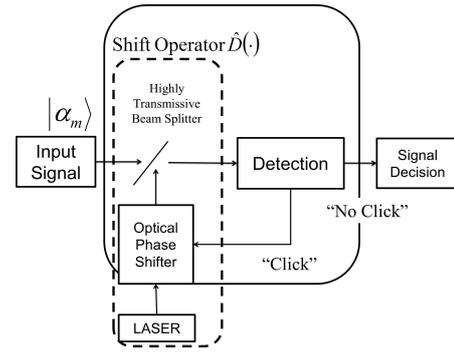


図 1 量子準最適受信機の構成 [3]

あると考えられ、本研究ではシフト作用素における位相の最適化を行う。

基本的な受信機の動作は改良された量子準最適受信機と同様に考える。受信した量子状態 $|\alpha_m\rangle$ に対しシフト作用素を施し、光子計数を行い、光子が検出されなければ信号を決定し、光子を検出した場合は次のシフト作用素を施す動作を繰り返す。ここで受信量子状態に施すシフト作用素を $\hat{D}(-\alpha e^{i\theta_i\pi})$ とする。ここで θ_i は平均誤り率が最小となるような位相とする。このシフト作用素 $\hat{D}(-\gamma_i e^{i\theta_i\pi})$ を施したときの平均光子数は次のようになる。

$$N_{Sm,i} = |\alpha_m - \alpha e^{i\theta_i\pi}|^2. \quad (1)$$

また位相の調整と同時に振幅の調整を行ったときの平均光子数は

$$N_{Sm,i} = |\alpha_m - \gamma_i e^{i\theta_i\pi}|^2 \quad (2)$$

となる。

4 フィードバック回数の上限が無い量子受信機

本研究では、先行研究とは別にシフト量 γ_i の種類を限定させた状態でフィードバック回数の上限が無い場合について考察を行う。基本的な動作はこれまでの先行研究と同様に、受信した信号 $|\alpha_m\rangle$ に対し、シフト作用素 $\hat{D}(-\gamma_i e^{i\frac{2i}{M}\pi})$ を施す。シフト後の状態 $|\alpha_m - \gamma_i e^{i\frac{2i}{M}\pi}\rangle$ に対して光子計数を行い、光子を検出しない場合は信号を決定、光子を検出した場合は次のシフト作用素を施すことを繰り返し行う。ここで、用意するシフト量 γ_i について、これまでならばシフト回数の上限に合わせた種類用意する必要があるが、本研究では 3 相 PSK コヒーレント状態信号 (以下、3PSK) に対して 3 種類と 6 種類、4 相 PSK コヒーレント状態信号 (以下、4PSK) に対し 4 種類に限定した上でフィードバック回数の上限を無しとする。シフト量の種類を 3 種類に限定した場合、シフト作用素を施す際のシフト量を $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_0, \gamma_1, \dots$ のように周期 3 で繰り返し適用し、光子計数を行うことでフィードバック回数の上限が無い場合の誤り率の評価を行うことができる。フィードバック回数の上限が無い場合の平均誤り率は

$$P_e = 1 - \frac{1}{3} \sum_{m=0}^2 \sum_{k=0}^{\infty} P(3k+m|m, T) \quad (3)$$

となる． $P(n|m, T)$ は信号持続時間中の信号 m に対し光子を n 個検出する確率であり，

$$P(n|m, T) = \left(\prod_{i=0}^{n-1} N_{S_{m,i}} \right) e^{N_{S_{m,n}}} \times \int_{t_0}^1 \cdots \int_{t_{n-1}}^1 \left(\prod_{j=1}^n e^{t_j (N_{S_{m,j-1}} - N_{S_{m,j}})} \right) dt_1 \cdots dt_n \quad (4)$$

と表される．ここで式 (3) の $\sum_{k=0}^{\infty} P(3k+m|m, T)$ についてラプラス変換をすると次のようになる．

$$\int_0^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{\infty} P(3k+m|m) \right] e^{-st} dt = \frac{\prod_{j=0}^{m-1} N_{S_{m,j}} \prod_{j=m+1}^2 (s + N_{S_{m,j}})}{s(s^2 + a_m s + b_m)}, \quad (5)$$

$$a_m = N_{S_{m,0}} + N_{S_{m,1}} + N_{S_{m,2}},$$

$$b_m = N_{S_{m,0}} N_{S_{m,1}} + N_{S_{m,1}} N_{S_{m,2}} + N_{S_{m,2}} N_{S_{m,0}}.$$

式 (5) を逆ラプラス変換し，式 (3) へ代入することにより誤り率が求まる．シフト量の種類が増えた場合や信号の元数が増えた場合においても同様の手法で誤り率が求まる．3PSK では有限回のフィードバック回数の場合と 4PSK では信号決定方針を変えた場合の誤り率と比較する．

5 結果

図 2 に 3PSK，図 3 に 4PSK における位相調整の効果及び既存の改善手法（振幅調整）との組み合わせの平均誤り率を示す．振幅の調整ほどの効果は得られなかったが位相の調整による誤り率の改善が確認できることがわかり，3PSK より 4PSK のほうが誤り率の改善が大きかったことから信号の元数が多いほうが誤り率の改善が大きいことが期待できる．また，既存の改善手法と組み合わせても誤り率の改善が見られることから量子準最適受信機の改良法としてシフト作用素の位相調整が有効であることがわかる．

シフト量の種類を制限し，上限の無いフィードバックを行ったときの結果を図 4，5 に示す．フィードバック回数の上限を無しとしたとき基本となる受信機より誤り率が改善されていることがわかるが，3PSK における図 4 の有限回のフィードバック回数の場合と比較してみると，誤り率の差があまり見られないことがわかった．しかし，図 5 を見ると信号決定方針の違いから平均光子数によって誤り率の上下が変わっていた特性がフィードバック回数の上限を無くすことにより，逆転する値がより小さな値となったことがわかる．このことからフィードバック回数の上限を無しとすることで平均光子数ごとの最適な信号決定方針を必要としなくなる可能性があり，一つの信号決定方針のみを求めればよいと期待できる．

6 まとめ

本稿では，量子準最適受信機の位相調整とフィードバック回数の上限が無い場合の特性について示し，それぞれの効果を示した．今後は，フィードバック回数の上限が無い場合においてシフト量を複素数の範囲で最適化することや，光子未検出時のシフト量を可変とすること，フィードバック回数やシフト量以外の要素を改善すること等により，誤り率の向上を図ることが課題である．

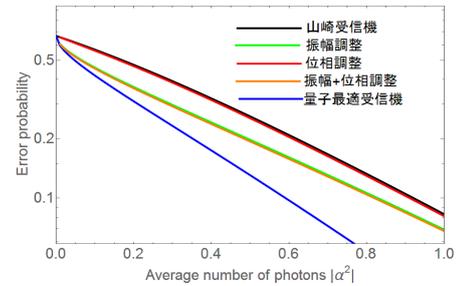


図 2 位相調整と既存の改善手法との比較：3PSK

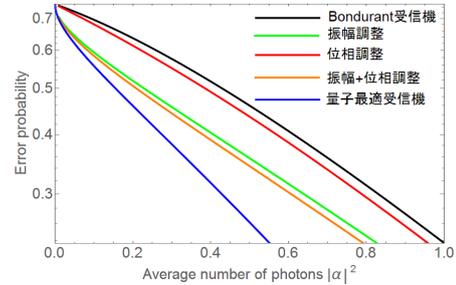


図 3 位相調整と既存の改善手法との比較：4PSK

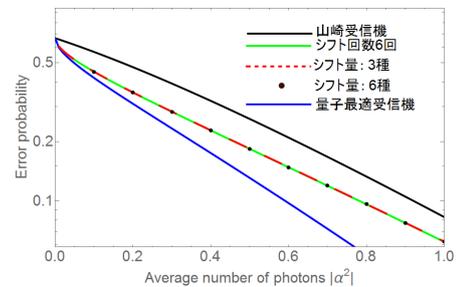


図 4 フィードバック回数の上限が無い場合の平均誤り率:3PSK

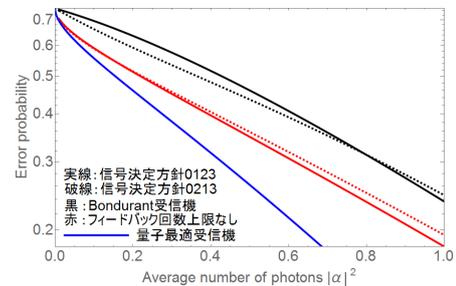


図 5 フィードバック回数の上限が無い場合の平均誤り率:4PSK

参考文献

- [1] R.S. Kennedy, Quarterly Progress Report No.108, Research Lab. of Electronics, M.I.T., pp.219-225, 1973.
- [2] S.J. Dolinar Jr., Quarterly Progress Report No.111, Research Laboratory of Electronics, M.I.T., pp.115-120, 1973.
- [3] R.S. Bondurant, Opt. Lett., vol.18, no.22, pp.1896-1898, 1993.
- [4] 山崎 浩一, 信学技報, IT94-17, 1994.
- [5] 丹羽 智紀, 他, SITA2010, 予稿集 pp.83-88, 2010.

公表論文

- A) T. Kondo, *et.al.*, Extended Abstracts of AQIS2013, pp.189-190, 2013.
- B) 近藤 隆司, 他, SITA2014, 予稿集 pp.160-164, 2014. その他, 国内学会発表 5 件