

## 審査結果の要旨

工学及び科学の諸分野では、様々な構造を持つ行列が現れ、それに対する数値計算が必要となる。特に、3重対角行列、5重対角行列、7重対角行列などを含む多重対角行列は、偏微分方程式の離散近似に現れ、重要なクラスと位置づけられる。しかしながら、問題によっては多重対角行列が大規模となり、その行列に対する数値計算において数値誤差が蓄積され、さらには、汎用的な手法を用いた場合、計算量と所要メモリの爆発的増大により実質的に数値計算が不可能となってしまう。このため、多重対角行列に対する数値計算における数値誤差を見積もること、また、計算量や所要メモリを削減することは、重要な課題であるといえる。

申請者は、これらの課題に対し、多重対角行列にはテンソル積構造が内在し、この構造に着目することが課題解決につながることを見抜き、テンソル積を用いた多重対角行列の新しい解析手法について論じている。

第3章では、多重対角行列に対する数値計算における数値誤差の見積もりに関し、3項テンソル和の最大・最小特異値計算に対してテンソル積構造を導入した手法を提案し、所要メモリの大幅な削減が可能であることを示している。その手法のエッセンスは、ベクトル空間上の既存アルゴリズムを、それと同型な3階のテンソル空間上に再構築することにある。すなわち、そのアイデアの心臓部は、2つの空間の同型写像であるvec作用素を介し、複雑なアルゴリズムをより単純なアルゴリズムに翻訳して実行するところであるといえる。このように、提案手法は数学的洞察に基づいたものであり、直接の効果のみならず、当該分野の研究に大きな示唆を与えるものと評価できる。

第4章では、多重対角行列に対する数値計算における計算量や所要メモリの直接的な削減に寄与する、 $k$ -3重対角行列のテンソル積を用いた分解法を提案し、分解定理の証明と応用例について示している。提案分解法を用いれば、まず、行列保持の低メモリ化が図られ、さらに、分解前の大規模行列に対する様々な解析（例えば、固有値・固有ベクトル、行列式、逆行列、行列のべき乗の計算など）が分解後の小規模行列に対する解析の組み合わせにより実施可能となり、数値計算の際の計算量と所要メモリを同時に低減することが可能となる。テンソル積を用いた分解は、量子情報などの情報科学分野でも重要な役割を持つため、本章におけるアイデアや証明手法は、その直接の効果のみならず、関連分野への波及効果という意味でも、意義深いものと評価される。

以上より、本論文は学位を授与するに十分な内容を持つものであると判断される。