

量子フェージング通信路におけるデジタル変調方式の誤り率特性とその改善

情報科学科 喜多 健志朗

指導教員：白田 毅

1 はじめに

無線量子通信の実用化のためには、量子通信におけるフェージング通信路について考慮する必要がある。しかし、量子フェージング通信路に関する成果としては Personick によるアナログ変調方式についての考察 [1] しか知られていない。そこで、本研究ではデジタル変調方式による量子通信の性能解析を行うことが目的となるが、そのためにはフェージングを受けた後の量子状態の記述が必要であるので、本稿ではその記述を与える。さらに、それを用いることでデジタル変調方式による誤り率特性について考察を行い、ダイバーシティ技術を用いた誤り率の改善効果についても調査する。

2 量子フェージング通信路モデル

送信量子状態を ρ 、受信量子状態を $\rho^{(F)}$ とする。フェージングの影響として受信パワーレベルが時間変動する環境を想定し、この変動を確率現象として扱う必要があるものとする。そのため、受信量子状態はエネルギー透過率 η による減衰を受け、この η が確率的な変動をするものとして通信路のモデル化を行う。 $E_k(\eta)$ を減衰通信路のクラウス作用素 [2] とすると、 $\rho^{(F)}$ は次式で表せる。

$$\rho^{(F)} = \int_0^1 \left\{ P(\eta) \sum_{k=0}^{\infty} E_k(\eta) \rho E_k^\dagger(\eta) \right\} d\eta \quad (1)$$

ここで、 $P(\eta)$ は透過率の確率密度関数である。送信量子状態が複素振幅 α をもつコヒーレント状態 $\rho = |\alpha\rangle\langle\alpha|$ であるとき、式 (1) は次式となる。

$$\rho^{(F)} = \int_0^1 P(\eta) |\sqrt{\eta}\alpha\rangle\langle\sqrt{\eta}\alpha| d\eta \quad (2)$$

本稿では送信信号として BPSK(Binary Phase Shift Keying) コヒーレント状態信号を用いる。このとき、送信量子状態は $\rho_0 = |\alpha\rangle\langle\alpha|$ 、 $\rho_1 = |-\alpha\rangle\langle-\alpha|$ であり、受信量子状態をそれぞれ $\rho_0^{(F)}$ 、 $\rho_1^{(F)}$ とする。ここで、フェージングとしてレイリーフェージングを仮定する。よって、確率密度関数 $P(\eta)$ は本来 0 から無限大の範囲をとるレイリー分布の確率密度関数を 0 から 1 までの範囲をとるように正規化したものとなり、次式となる。

$$P(\eta) = \frac{1}{\eta_0(1 - e^{-\frac{1}{\eta_0}})} e^{-\frac{\eta}{\eta_0}} \quad (3)$$

ただし、 η_0 は元のレイリー分布の平均である。また、枝数が 2 である選択ダイバーシティを適用した場合の確率密度関数 $P'(\eta)$ は次式となる。

$$P'(\eta) = \frac{2}{\eta_0(1 - e^{-\frac{1}{\eta_0}})} e^{-\frac{\eta}{\eta_0}} \left(1 - e^{-\frac{\eta}{\eta_0}}\right) \quad (4)$$

3 デジタル変調方式による誤り率特性

各測定を行う場合のフェージング環境下での誤り率特性を示す。古典最適測定であるホモダイン測定を用いた場合の量子論による誤り率 P_e^{Hom} は次式で表せる。

$$P_e^{\text{Hom}} = \frac{1}{2} \int_0^1 P(\eta) \text{erfc}(\sqrt{2\eta}\alpha) d\eta \quad (5)$$

この結果はレイリーフェージングの半古典論の結果と一致するため、本稿の 2 節により与えたモデルが妥当であるといえる。

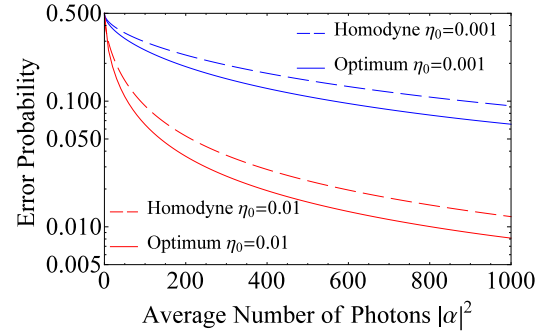


図1 各測定による誤り率特性

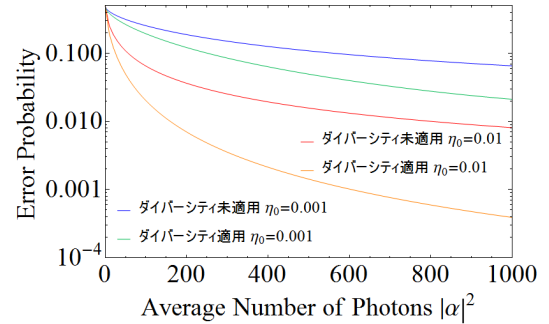


図2 量子最適測定におけるダイバーシティの適用

一方、量子最適測定による誤り率 P_e^{Opt} は次式で表せる。

$$P_e^{\text{Opt}} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \text{Tr} \left| \rho_0^{(F)} - \rho_1^{(F)} \right| \right\} \quad (6)$$

ここで、 $|A| = \sqrt{A^\dagger A}$ である。図1は各測定による誤り率特性を示している。図1により各測定による特性に明確な差があり、量子通信の優位性が確認できる。また、ダイバーシティ適用時の特性は $P(\eta)$ のかわりに $P'(\eta)$ を用いれば求めることができ、図2はその特性を示している。量子最適測定においてダイバーシティを適用させたところ誤り率の改善効果があることが確認できる。

4 まとめ

本稿では、フェージングを受けた量子状態の記述を与え、その妥当性を示した。また、フェージング環境下でのデジタル変調方式による誤り率特性を示した。さらに、ダイバーシティを適用させた場合の特性も確認し、その結果量子通信においても誤り率の改善効果を確認できた。

参考文献

- [1] S. D. Personick, Res. Lab. Electron., M. I. T., Cambridge, Tech. Rep. 477, (1970).
- [2] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge University Press, (2000).

公表論文

- 1) 喜多, 小山, 田中, 白田, 平成 27 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会講演論文集, K1-7, (2015).
- 2) 喜多, 小山, 白田, SITA2015 予稿集, 4.4.3, (2015).