量子断熱計算の汎用性向上に向けた線形方程式の解法への適用

情報科学科　西野 祐太　　　指導教員：臼田 毅

1　はじめに

現在，既に実現されている量子計算機として D-wave がある．この計算機では，量子アニーリングの理論 [1] を再構成した計算方法である，量子断熱計算 [2] を用いて組み合わせ最適化問題を解いている．しかし，この量子断熱計算で現在解くことのできる問題は一部の最適化問題に限られている．すなわち，他の問題に対してのポテンシャルをまだ秘めており，量子断熱計算の汎用性の向上の可能性は十分に残っている．そこで，本稿では，量子断熱計算の汎用性を向上させることを目的とし，そのために，線形方程式の解法へ適用することを考察する．

2　量子断熱計算

量子断熱計算とは，組み合わせ最適化問題を解く計算手法である．量子断熱計算では，式 (1) のシュレディンガー方程式に従って，系を断熱変化させる．

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left|\psi(t)\right\rangle = H(t)\left|\psi(t)\right\rangle. \tag{1}$$

i は虚数単位，$\hbar$ はディラック定数であり，$|\psi(t)\rangle$ は系の状態ベクトルである．$H(t)$ は時間に依存するハミルトニアンである．式 (1) の右辺を見てわかるように，系の状態変化はハミルトニアンによって記述される．すなわち，ハミルトニアンの構成が，量子断熱計算を考える上で重要となってくる．そして，量子断熱計算で扱うハミルトニアン $H(t)$ は次のように表現される．

$$H(t) = \left(1-\frac{t}{\tau}\right)H_0 + \frac{t}{\tau}H_1, \quad (0 \le t \le \tau). \tag{2}$$

τ は計算時間であり，H_0, H_1 はそれぞれ始状態，終状態のハミルトニアンである．量子断熱計算では，時間 t を 0 から τ まで断熱的に変化させることにより，問題の解を得る．断熱的な変化とは，$H(t)$ の各瞬間の固有状態をたどる変化のことである．組み合わせ最適化問題では評価関数を最小化することを目的としている．H_1 の固有値のそれぞれが評価関数の役割を果たすように構成する．したがって，問題の解は，終状態のハミルトニアン H_1 の基底状態に対応している．つまり量子断熱計算では，自明な H_0 の基底状態からスタートし，最終的に，非自明な H_1 の基底状態に断熱変化することで問題の解を得る．また，基底状態をたどる上で，基底状態とそれ以外の状態の固有値が交差している場合がある．そのような場合には，確実に解を得ることが不可能なので，基底状態の固有値が交差しているかどうかも重要な問題である．

3　線形方程式の SAT 問題への変換

線形方程式を量子断熱計算で解くためには，線形方程式を組み合わせ最適化問題の形式に変換すれば十分である．本稿では，線形方程式を SAT 問題へ置き換えることで，量子断熱計算を適用する．線形方程式は，制約充足問題として見ることができる．そして，制約充足問題を SAT 問題へと置き換える方法として，順序符号化 [3] が存在する．本稿では，この順序符号化を用いて，線形方程式を SAT 問題へと変換した．

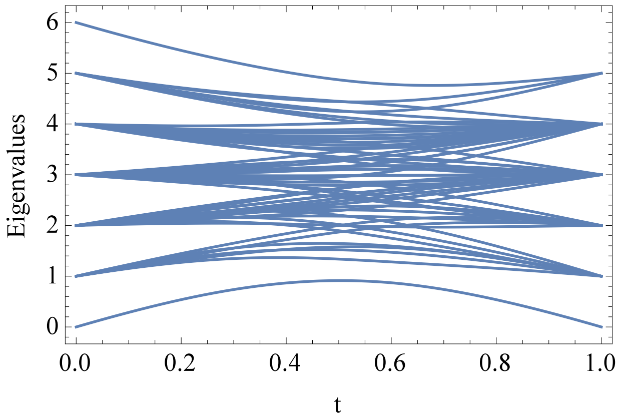

図 1　$H(t)$ の固有値の変化

4　量子断熱計算の線形方程式への適用

今回，量子断熱計算を線形方程式に適用する際に使用した行列 A，ベクトル $\vec{b}$ は次のものである．

$$A = \begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix}3\\ 4\end{pmatrix}. \tag{3}$$

$\vec{x}$ は解である．変数のとりうる値を $x, y \in \{1,2,3,4\}$ とする．このように定めた線形方程式を，今回用いた方法で，SAT 問題に変換すると，次のような 8 個の節となる．

$$\begin{gathered}\neg p_{x1} \vee p_{x2}, \quad \neg p_{x2} \vee p_{x3},\\ \neg p_{y1} \vee p_{y2}, \quad \neg p_{y2} \vee p_{y3},\\ p_{y1}, \quad p_{x1}, \quad p_{x2}, \quad p_{x3}.\end{gathered} \tag{4}$$

この SAT 問題に対応するハミルトニアンを文献 [2] に基づき構成し，その固有値の変化を調べると，図 1 のようになった．図 1 の，最も下に位置する基底状態の固有値が，それ以外の励起状態の固有値と交差していない．この点から，今回の方法で，量子断熱計算によって線形方程式を解くことができることがわかる．

5　まとめ

本稿では，本来，量子断熱計算を適用することができなかった線形方程式に適用する方法を示した．また，今回の方法で解を正しく求められることもわかった．しかし，本稿で用いた方法で必要な計算量についてはまだ明らかではない．これについて明らかにしていくことが今後の課題である．

参考文献

[1] T. Kadowaki and H. Nishimori, Phys. Rev. **E58**, pp.5355-5363, (1998).

[2] E. Farhi, *et al.*, quant-ph/0001106, (2000).

[3] N. Tamura, *et al.*, Constraints, **14**, No.2, pp.254-272, (2009).

公表論文

1) **西野 祐太**，高比良 宗一，大橋 あすか，臼田 毅，平成 27 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合，A5-4，(2015).

2) **西野 祐太**，高比良 宗一，大橋 あすか，臼田 毅，第 38 回情報理論とその応用シンポジウム，pp.529-533，(2015).