

量子準最適受信機の受信プロセスにおける情報量の減少

情報科学科 加藤 秀幸

指導教員：白田 毅

1 はじめに

量子情報理論が予言する通信の性能限界である最小誤り率を達成する究極の受信機を量子最適受信機（以降，最適受信機）と呼ぶ [1]。2 元純粋状態信号に対しては，最適受信機の実現法が示されている [1]。しかし，多元信号に対する最適受信機の有効な構成法は知られていない。したがって，最適には誤り率が劣るものの近い特性を示し，かつ構成が最適受信機よりも容易な量子準最適受信機（以降，準最適受信機）が着目されている。そして，準最適受信機の誤り率を改良し，最適受信機の性能に近づけていくというアプローチで，最適受信機の有効な構成法を実現する研究が進められてきた。

そのために，準最適受信機と最適受信機の性能のギャップがどこにあるのかを調査する。本研究では，準最適受信機が信号決定の測定を複数ステップで行うことに着目する。各測定における情報のロスについて定量的に調べることで，どのステップから見直すべきかを明らかにする。調査する情報として，相互情報量の量子版の一つである Holevo 情報量に着目し，準最適受信機の各プロセスにおける Holevo 情報量の減少量を調べる。

2 非破壊的量子受信機における各測定後の量子状態

本稿では，準最適受信機の中でも非破壊的量子受信機を用いる。非破壊的量子受信機の信号決定の手順を図 1 に示す。非破壊的量子受信機では， M 元の量子状態信号 $\{\rho_i \mid i = 0, \dots, M-1\}$ に対して 2 値測定を繰り返し行い，信号を決定する。信号が ρ_j かどうかの 2 値測定 ($j+1$ 回目の測定) は $\{\Pi_T^{(j)} = \rho_j, \Pi_F^{(j)} = I - \rho_j\}$ で表される。ここで， I は恒等作用素を表す。この 2 値測定と，それに伴う射影仮説に従った状態変化を繰り返して信号決定が行われる。

本研究では，信号 ρ_i に対して t 回目の測定を行った後の量子状態を $\rho_i^{(t-out)}$ と表し，これを用いて表される

$$\rho_i^{(t-out)} = \sum_{i=0}^{M-1} p_i \rho_i^{(t-out)} \quad (1)$$

を t 回目の測定終了時の量子状態とする。ここで， p_i は信号 ρ_i の先験確率である。この量子状態に対する Holevo 情報量を t 回目の測定後の Holevo 情報量とする。

3 各測定後の Holevo 情報量

Holevo 情報量 $\chi(\cdot)$ は以下のように定義される。

$$\chi(\rho) = S(\rho) - \sum_i p_i S(\rho_i) \quad (2)$$

$$S(\rho) = -\text{Tr} \rho \log \rho \quad (3)$$

ここで， $\rho = \sum_i p_i \rho_i$ であり， $S(\cdot)$ は von Neumann エントロピーである。

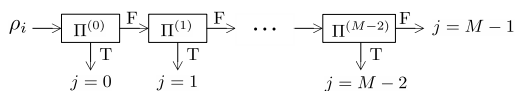


図 1 非破壊的量子受信機の信号決定の手順

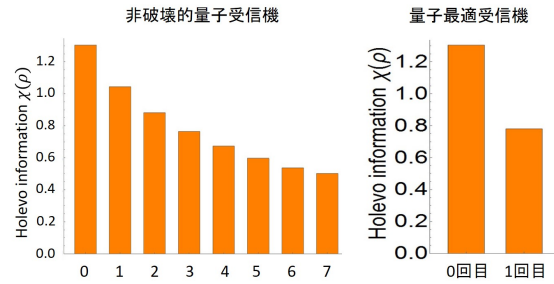


図 2 8PSK コヒーレント状態信号の各測定における Holevo 情報量

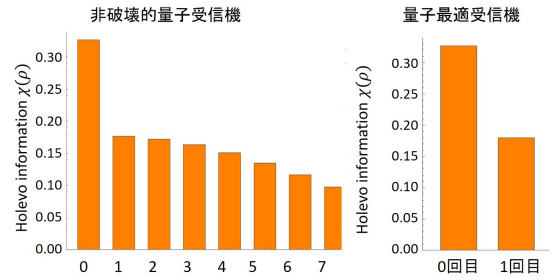


図 3 8ASK コヒーレント状態信号の各測定における Holevo 情報量

本研究では，先験確率が等確率である M 元 ASK (Amplitude Shift Keying) コヒーレント状態信号と M 元 PSK (Phase Shift Keying) コヒーレント状態信号における，測定毎の Holevo 情報量の変化を調べる。本稿には，元数 M を 8，信号エネルギーを 1 としたときの，PSK コヒーレント状態信号と ASK コヒーレント状態信号に対する非破壊的量子受信機と量子最適受信機の結果を示す。図 2，図 3 より，非破壊的量子受信機において，測定の前半部において減少量が一番大きいことがわかる。したがって，非破壊的量子受信機の性能を改善するためには，測定の前半部における測定をより優しい (gentle) 測定にするなどの工夫を施す必要があることがわかる。

4 おわりに

非破壊的量子受信機における各測定が，Holevo 情報量をどのくらい減少させるかを調査した。その結果，1 回目の測定の与える影響が大きいことが明らかになった。今後の課題として，その他の信号における Holevo 情報量の変化や，Holevo 情報量以外の指標の変化を調べ，準最適受信機の具体的な改善方法を提案していくことが挙げられる。

参考文献

[1] C.W. Helstrom, *Quantum detection and estimation theory*, Academic Press, New York, (1976).

公表論文

1. 加藤秀幸, 西野祐太, 高比良宗一, 角谷昭仁, 白田毅, “量子準最適受信機はなぜ準最適か?,” 第 14 回情報学ワークショップ (WiNF2016), C-03, 愛知県立大学, p.29, (2016.11).
2. 加藤秀幸, 西野祐太, 高比良宗一, 角谷昭仁, 白田毅, 平成 28 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会, 豊田工業高等専門学校, B3-4, (2016.9.13).