

量子イルミネーションに対するビームワンダリングの影響

情報科学科 石川恵大

指導教員：白田 毅

1 はじめに

量子力学特有の性質に、エンタングルメントという性質がある。エンタングルメントとは、複数の量子系における非局所的な相関のことである。この性質を応用したプロトコルが数多く研究されており、その一つに量子イルミネーションがある。

量子イルミネーションとは、エンタングルした2つの光を用いて、目標の存在を確かめるプロトコルであり、2008年にLloydによって考案された[1]。そして、同年、Tanらがより一般的なモデルへと発展させた[2]。

本研究の目標は、Tanらのモデルにおいて、ビームワンダリングの影響を調査することである。ビームワンダリングとは、光の送信機や受信機のぶれ、大気揺れなどにより発生する光のふらつきである。量子イルミネーションでは、目標が僅かに動くことでも、光のふらつきが発生すると考えられる。本稿では、ビームワンダリングがある場合の量子イルミネーションの誤り率特性を示す。

2 本研究の量子イルミネーション

量子イルミネーションでは、エンタングルしている片方の光を目標に照射し、もう片方の光を受信機に直接照射する。そして、受信機で量子最適測定を行うことで目標の存在を確かめる。

本研究では、目標に照射する光はエネルギー減衰を受け、受信機に照射する光はエネルギー減衰が受けない場合を考える。そして、Tanらの研究と同様に、以下のエンタングル状態を用いる。

$$|\psi\rangle_{S\otimes I} = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{N_S^n}{(N_S+1)^{n+1}}} |n\rangle_S |n\rangle_I \quad (1)$$

ここで、 N_S は目標に照射する光の平均光子数であり、 $|n\rangle_S$, $|n\rangle_I$ はそれぞれ、目標に照射する光、受信機に直接照射する光の光子数確定状態である。

目標が存在しないときの受信量子状態 $\rho_0^{(S\otimes I)}$ は以下のように表される。

$$\rho_0^{(S\otimes I)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_S^n}{(N_S+1)^{n+1}} |0\rangle_S \langle 0| \otimes |n\rangle_I \langle n| \quad (2)$$

ここで、 $|0\rangle_S \langle 0|$ は、目標に照射した光が受信機から見ると真空状態であることを表している。

目標が存在するとき、目標に照射した光は受信機に届くまでに透過率 T の減衰を受ける。また、ビームワンダリングの影響により、受信量子状態 $\rho_1^{(S\otimes I)}$ は以下のように表される[3]。

$$\rho_1^{(S\otimes I)} = \int_0^{T_0} P(T) \rho_{S\otimes I}^{(out)} dT \quad (3)$$

ここで、 $P(T)$ は透過率 T の確率密度関数である。文献[4]にて、受信機の受光面の半径 a 、ビームスポットの半径 W 、受光面の中心とビームスポットの中心間の距離の平均 d 、分散 σ^2 を用いて、 $P(T)$ が示されている。また、 $\rho_{S\otimes I}^{(out)}$ は送信量子状態 $\rho^{(S\otimes I)} = |\psi\rangle_{S\otimes I} \langle \psi|$ を用いて、以下のように表される。

$$\rho_{S\otimes I}^{(out)} = \sum_{k=0}^{\infty} E_k^{(S)}(T) \otimes I^{(I)} \rho^{(S\otimes I)} (E_k^{(S)}(T) \otimes I^{(I)})^\dagger \quad (4)$$

ここで、 E_k は減衰通信路のクラウス作用素[5]である。

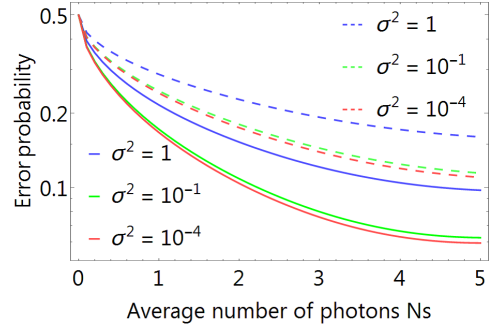


図1 $a = 1, W = 2, d = 0$ と $a = 0.5, W = 2, d = 0$ のときの量子イルミネーションの誤り率。

3 誤り率特性

量子イルミネーションの量子最適測定による誤り率 P_e [6] は、 $\rho_0^{(S\otimes I)}$ と $\rho_1^{(S\otimes I)}$ の生起確率を等確率とし、 $\rho_0^{(S\otimes I)} - \rho_1^{(S\otimes I)}$ の正の固有値を λ_+ とすると、以下の式で計算される。

$$P_e = \frac{1}{2} \left(1 - \sum \lambda_+ \right) \quad (5)$$

ビームワンダリングにおけるパラメータを $W = 2, d = 0$ とし、図1に $a = 1$ (実線) と $a = 0.5$ (破線) のとき、 $\sigma^2 = 1, 10^{-1}, 10^{-4}$ と変化させたときの誤り率特性を示す。図1の縦軸は誤り率、横軸は目標に照射する光の平均光子数である。図1より、 σ^2 の値を小さくすると、誤り率も小さくなるのがわかる。受光面の中心とビームスポットの中心間の距離の分散である σ^2 を小さくすると、ビームワンダリングの影響が少なくなると思えることができるため、誤り率が小さくなっていると考えられる。また、図1から、 $a = 0.5$ のとき、 $a = 1$ のときより誤り率が高くなっていることがわかる。受光面の半径 a が小さくなると、より多くの反射光が受光面の外を通過してしまう。そのため、 $a = 0.5$ のとき誤り率が高くなってしまうと考えられる。

4 まとめ

本研究では、ビームワンダリングの影響が小さいときの誤り率特性を初めて示し、 a の値を小さくすると誤り率が高くなることがわかった。今後の課題として、Tanらのモデルと同様に減衰だけではなく熱雑音も考慮し、量子イルミネーションに対するビームワンダリングの影響を調査することが挙げられる。

参考文献

- [1] S. Lloyd, Science **321**, pp.1463-1465, (2008).
- [2] S.H. Tan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **101**, 253601, (2008).
- [3] 喜多, 小山, 田中, 白田, 平成 27 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会講演論文集, K1-7, (2015).
- [4] D.Y. Vasylyev *et al.*, Phys. Rev. Lett. **108**, 220501, (2012).
- [5] M.A. Nielsen and I.L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, (2000).
- [6] C.W. Helstrom, *Quantum detection and estimation theory*, (1976).

公表論文

1. 石川, 西野, 高比良, 王, 白田, 平成 29 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会, B3-3, (2017).
2. 石川, 喜多, 王, 西野, 白田, SITA2017, pp.403-407, (2017).