

## 擬似ベル状態を用いた量子リーディングに関する研究

石川 恵大 指導教員：白田 毅

## 1 はじめに

量子にしか見られない特性の一つとしてエンタングルメントがある。エンタングルメントとは複数の量子系の非局所的な相関である。この相関は複数の量子系の距離がどれだけ離れていても保たれる。

このエンタングルメントを応用した量子プロトコルの一つに、S. Pirandola によって考案された量子リーディングがある [1]。量子リーディングでは、CD、DVD、BD などのデジタルメモリからの情報の読み取りにエンタングルメントを持つ二つの光を使用する。二つの光を使用することによって、情報の読み取りにおける誤りが従来よりも少なくなる。

エンタングルメントを持つ量子状態の一つに擬似ベル状態がある。無雑音環境下において、擬似ベル状態を使用すると、誤りなく情報の読み取りが可能であることが示された [2]。その後、二つの光が等しく減衰する環境における量子リーディングの特性について考察された [3]。また、誤りなく情報の読み取りを行うには、位相シフトが理想的でなければならない。そのため、位相シフトが理想的ではない場合について量子リーディングの特性が考察された [4]。

しかし、現実の環境を考えると、メモリに照射する光はより厳しい環境にさらされると考えられる。なぜなら、光源から受信機までの距離はメモリを経由するため長くなり、メモリでの反射も存在するからである。そのため、メモリに照射する光のみが減衰する場合を考える。本研究では、メモリに照射する光のみが減衰することを片側減衰と呼ぶ。また、メモリでの位相シフトが理想的であっても、位相雑音により性能が劣化することが考えられる。

以上のことから、本研究では、以下の雑音がある量子リーディングの誤り率特性について考察を行う。

1. 片側減衰のみ。
2. 片側減衰と理想的ではない位相シフト。
3. 片側減衰と位相雑音。

本要旨では、紙面の都合により 3 番目についてのみ述べる。

## 2 擬似ベル状態

擬似ベル状態とは、エンタングルメントを持つ量子状態の一種である。擬似ベル状態は非直交する二つの量子状態から構成される。本研究では、そのような非直交な量子状態としてコヒーレント状態を用いる。振幅  $\alpha$ 、振幅  $\beta$  のコヒーレント状態をそれぞれ  $|\alpha\rangle_A, |\beta\rangle_B$  とすると、擬似ベル状態は以下のように表される。

$$|\Psi_1\rangle_{AB} = h_1(|\alpha\rangle_A |\beta\rangle_B + |-\alpha\rangle_A |-\beta\rangle_B) \quad (1)$$

$$|\Psi_2\rangle_{AB} = h_2(|\alpha\rangle_A |\beta\rangle_B - |-\alpha\rangle_A |-\beta\rangle_B) \quad (2)$$

$$|\Psi_3\rangle_{AB} = h_3(|\alpha\rangle_A |-\beta\rangle_B + |-\alpha\rangle_A |\beta\rangle_B) \quad (3)$$

$$|\Psi_4\rangle_{AB} = h_4(|\alpha\rangle_A |-\beta\rangle_B - |-\alpha\rangle_A |\beta\rangle_B) \quad (4)$$

ここで、 $\{h_i\}$  は規格化定数である。 $\alpha = \beta$  のとき、 $|\Psi_2\rangle_{AB}$  と  $|\Psi_4\rangle_{AB}$  はエンタングルメントが最大となる。本研究では、

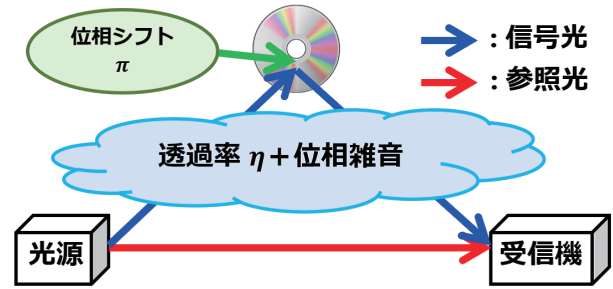


図 1 片側減衰と位相雑音がある量子リーディングのイメージ図

$|\Psi_2\rangle_{AB}$  と  $|\Psi_4\rangle_{AB}$  のことを“最大擬似ベル状態”、 $|\Psi_1\rangle_{AB}$  と  $|\Psi_3\rangle_{AB}$  のことを“非最大擬似ベル状態”と呼ぶ。また、本研究では  $\alpha, \beta$  は実数を仮定する。

## 3 量子リーディング

本研究では、文献 [2] にて示されている量子リーディングを考える。量子リーディングのイメージ図を図 1 に示す。青色、赤色の矢印はそれぞれ、メモリに照射する光、受信機に照射する光を表している。これらの光をそれぞれ信号光、参照光と呼ぶ。また、位相シフトは理想的だが、片側減衰と位相雑音の存在を仮定する。

プロトコルは以下のようになる。

1. 参照光を受信機に入力する。
2. 信号光をデジタルメモリに照射する。メモリに格納された情報が 0 のときは、光の状態は変化しない。一方、情報が 1 のときは、光の位相が  $\pi$  シフトする。このとき、信号光は透過率  $\eta$  の減衰と位相雑音の影響を受けるものとする。
3. 受信機に、参照光とメモリから反射された信号光の二つの光が入力される。
4. 受信機で量子最適測定を行うことで、情報を得る。

本研究では、位相雑音は以下の平均 0、分散  $\sigma^2$  の正規分布に従うものとする。

$$P(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

## 4 誤り率特性

本節では、まずホモダイン測定、量子最適測定について簡単に説明をする。そして、表 1 に示す量子状態と測定を使用したときの誤り率を比較する。

## 4.1 ホモダイン測定

ホモダイン測定とは、BPSK 信号に対して測定の誤り率が最小となるような測定のことである。位相雑音がある場合のホモダイン測定の誤り率は以下のように表される。

$$P_e^{\text{Hom}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{\infty} P(\theta) e^{-2(x-|\alpha|\cos\theta)^2} d\theta dx. \quad (6)$$

BPSK とは、位相が異なる二つの信号を利用して情報を表す方法である。本研究で考える量子リーディングでは、メモリ上の情報によって、位相が  $\pi$  シフトするので、受信機に届く光は BPSK 信号とみなすことができる。

#### 4.2 量子最適測定

量子最適測定とは、誤り率が最小となるような量子測定のことである。メモリに格納された情報が 0, 1 のときの受信量子状態をそれぞれ  $\rho_0, \rho_1$  とし、 $\rho_0 - \rho_1$  の固有値を  $\{\lambda_i\}$  とする。このとき、量子最適測定による誤り率は以下のように表される [5]。

$$P_e = \frac{1}{2} \left( 1 - \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i \right), \quad (7)$$

#### 4.3 誤り率特性

本研究における誤りとは、メモリ上の情報が 0(または 1) であるのに、測定によって得られた情報が 1(または 0) であることを意味する。また、表 1 の (1) は、エンタングルメントを持たないコヒーレント状態を使用し、古典における最適な測定であるホモダイン測定を使用するため、従来のリーディングとみなすことができる。

図 2 はそれぞれの状態の信号光の平均光子数を 1, 透過率を 0.9 に固定し、位相雑音の分散の値を 0.001 から 1 まで変化させたときの誤り率を表している。図 3 は透過率を 0.1 に固定したときの誤り率を表している。赤線、青線、緑の破線はそれぞれ表 1 の (1), (2), (3) の量子状態と測定を使用したときの誤り率を表す。横軸は位相雑音の分散を表し、縦軸は誤り率を表す。

図 2 より、分散の値が 0.001 から 1 では、従来のリーディングの誤り率が最も大きく、次いで非最大擬似ベル状態を使用したときの誤り率が大きく、そして最大擬似ベル状態を使用したときの誤り率が最も小さくなっている。図 3 より、透過率が 0.1 の場合でも誤り率の大小関係は同様となっていることがわかる。これらのことから、片側減衰と位相雑音が存在しても、従来のリーディングに対して量子リーディングが優れた性能を示していると考えられる。

加えて、透過率が 0.1, 0.9 のどちらの場合も、分散の値が大きくなるにつれ、従来のリーディングの誤り率と量子リーディングの誤り率との差が小さくなっていることがわかる。しかし、従来のリーディングの誤り率よりも大きくはなっていない。そのため、位相雑音が大きくなっても、量子リーディングの優位性が保たれていると考えられる。

## 5 おわりに

本要旨では、片側減衰と位相雑音がある場合において、表 1 に示す三種類の量子リーディングの誤り率を比較した。

その結果、本問題設定における量子リーディングでは、最大擬似ベル状態を使用した場合が最も優れた性能を示すことがわかった。また、位相雑音があっても量子リーディングの優位性

表 1 使用する量子状態と測定

	量子状態	測定
(1)	コヒーレント状態	ホモダイン測定
(2)	最大擬似ベル状態	量子最適測定
(3)	非最大擬似ベル状態	量子最適測定

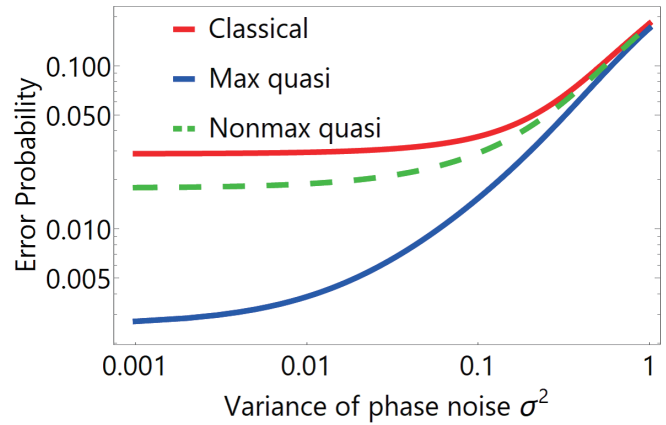


図 2 平均光子数を 1, 透過率を 0.9 に固定し、位相雑音の分散を変化させたときの誤り率

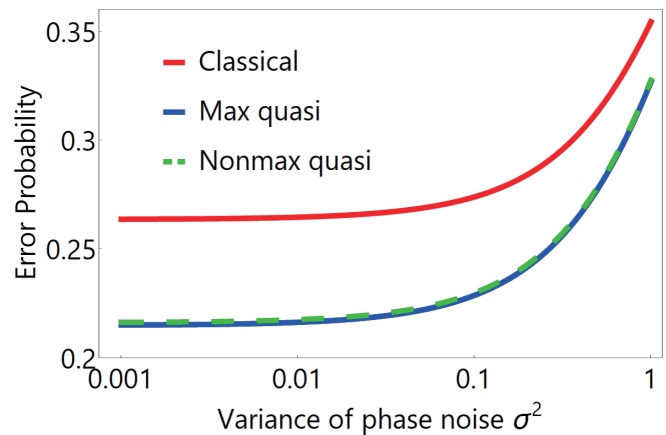


図 3 平均光子数を 1, 透過率を 0.1 に固定し、位相雑音の分散を変化させたときの誤り率

は保たれていることがわかった。

本研究では、エンタングルメントを持つ量子状態として擬似ベル状態を使用した。しかし、エンタングルメントを持つ量子状態には他にも特別な量子状態がある。そのため、エンタングルメントを持つ他の量子状態との比較が今後の課題として挙げられる。その候補としては量子位相推定において優れた性能を示す NOON 状態が考えられる。

#### 参考文献

- [1] S. Pirandola, Phys. Rev. Lett. **106**, 090504, (2011).
- [2] O. Hirota, Quantum Measurements and Quantum Metrology **4**, pp.70-73, (2017). arXiv:quant-ph/1108.4163v2, (2011).
- [3] K. Kato and O. Hirota, Proc. SPIE **8875**, 88750P(2013).
- [4] O. Hirota and D. Murakami, Tamagawa University Quantum ICT Research Institute Bulletin, **3**, no. 1, pp.9-11, (2013).
- [5] C.W. Helstrom, *Quantum detection and estimation theory*, Academic Press, New York, (1976).

#### 公表論文

- 1). **K. Ishikawa**, T. Wang, and T. S. Usuda, Extd. Abst. of AQIS2019, 142, (2019).
- 2). **K. Ishikawa**, T. Wang, and T. S. Usuda, Proc. of ISITA2018, pp. 467-471, (2018).  
他 5 件 (筆頭著者), 9 件 (第二以降著者)