

令和2年度 愛知県立大学大学院情報科学研究科

## 博士学位論文

機械学習を用いた一般トラヒック型待ち行列  
システムの性能評価に関する研究

愛知県立大学大学院 情報科学研究科

二 井 克



# 目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究の背景と目的	1
1.1.1	身の回りの待ち行列	1
1.1.2	待ち行列システム	3
1.1.3	待ち行列理論と待ち行列システムの性能評価	7
1.1.4	待ち行列理論における研究課題	11
1.1.5	本研究の目的	12
1.2	関連研究	14
1.2.1	待ち行列システムの性能評価	14
1.2.2	機械学習とニューラルネットワーク (NN)	16
1.3	本論文の構成	19
第 2 章	性能評価対象待ち行列システム	23
2.1	無限長待ち行列システム GI/G/s (GI/G/s システム)	23
2.2	即時型システム GI/G/s/s (GI/G/s/s システム)	26
2.3	本章のまとめ	26
第 3 章	待ち行列システムの性能評価手順	29
3.1	手順 1:学習データを構成・計算する	29
3.2	手順 2:NN を構築する	30
3.3	手順 3:NN を学習させる	30
3.4	手順 4:NN により待ち行列システムの性能評価をおこなう	30
3.5	本章のまとめ	30
第 4 章	GI/G/s システムの性能評価	33
4.1	性能評価手順で使用するパラメータ構成	33
4.1.1	手順 1	33
4.1.2	手順 2	36

4.1.3	手順3	39
4.1.4	手順4	39
4.2	性能評価	39
4.2.1	性能指標	41
4.2.2	性能評価結果	41
4.3	性能評価結果の誤差検証	47
4.3.1	誤差指標とその検証方法	50
4.3.2	誤差検証結果	50
4.4	本章のまとめ	54
<b>第5章</b>	<b>GI/G/s/s システムの性能評価</b>	<b>57</b>
5.1	性能評価手順で使用するパラメータ構成	57
5.1.1	手順1	57
5.1.2	手順2	59
5.1.3	手順3	59
5.1.4	手順4	59
5.2	性能評価	63
5.2.1	性能指標	63
5.2.2	性能評価結果	63
5.3	性能評価結果の誤差検証	69
5.3.1	誤差指標とその検証方法	69
5.3.2	誤差検証結果	72
5.4	本章のまとめ	76
<b>第6章</b>	<b>結論</b>	<b>81</b>
	謝辞	<b>83</b>
	参考文献	<b>91</b>
	付録	<b>93</b>
A	M/G/1 システムの解析解 (平均システム内時間)	93
B	GI/M/s システムの解析解 (平均システム内時間)	93
C	確率分布と平方変動係数	94

研究業績	103
I 学術論文（査読付き）	103
II 国際会議（査読付き）	103
III 研究会	104
IV 国内大会など（第一著者のもの）	104
V 国内大会など（第一著者以外のもの）	105
VI 表彰	106



# 目次

1.1	サーバ別待ち行列システム . . . . .	4
1.2	1 列行列の複数サーバシステム . . . . .	5
1.3	1 列行列の高速サーバシステム . . . . .	6
1.4	銀行の ATM における待ち行列 . . . . .	7
1.5	本論文の構成 . . . . .	21
2.1	GI/G/s システム . . . . .	24
2.2	GI/G/s/s システム . . . . .	27
3.1	NN の構成図 . . . . .	31
4.1	GI/G/s システムの性能評価に用いる NN の構成図 . . . . .	38
4.2	Out1 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成①) . . . . .	42
4.3	Out2 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成①) . . . . .	42
4.4	Out1 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成②) . . . . .	43
4.5	Out2 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成②) . . . . .	43
4.6	Out1 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成③) . . . . .	45
4.7	Out2 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成③) . . . . .	45
4.8	Out1 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成④) . . . . .	46
4.9	Out2 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成④) . . . . .	46
4.10	Out1 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成⑤) . . . . .	48
4.11	Out2 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成⑤) . . . . .	48
4.12	Out1 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成⑥) . . . . .	49
4.13	Out2 を学習データとして求めた $W$ (パラメータ構成⑥) . . . . .	49
4.14	$W_{N_{1,1}}, W_{N_{3,1}}, W_{N_{1,2}}$ と $W_E$ との相対誤差 (パラメータ構成 ①) . . . . .	52
4.15	$W_{N_{3,1}}, W_{N_{3,2}}$ と $W_E$ との相対誤差 (パラメータ構成②) . . . . .	52
4.16	$W_{N_{2,1}}, W_{N_{3,1}}$ と $W_E$ との相対誤差 (パラメータ構成③) . . . . .	53

4.17	$W_{N_{1,1}}, W_{N_{3,1}}$ と $W_E$ との相対誤差 (パラメータ構成④)	53
5.1	GI/G/s/s システムの性能評価に用いる NN の構成図	61
5.2	パラメータ構成①の場合における $B$ (学習回数 200 回)	64
5.3	パラメータ構成①の場合における $B$ (学習回数 1000 回)	64
5.4	パラメータ構成②の場合における $B$ (学習回数 200 回)	66
5.5	パラメータ構成②の場合における $B$ (学習回数 1000 回)	66
5.6	パラメータ構成③の場合における $B$ (学習回数 200 回)	67
5.7	パラメータ構成③の場合における $B$ (学習回数 1000 回)	67
5.8	パラメータ構成④の場合における $B$ (学習回数 200 回)	68
5.9	パラメータ構成④の場合における $B$ (学習回数 1000 回)	68
5.10	パラメータ構成⑤の場合における $B$ (学習回数 200 回)	70
5.11	パラメータ構成⑤の場合における $B$ (学習回数 1000 回)	70
5.12	パラメータ構成⑥の場合における $B$ (学習回数 200 回)	71
5.13	パラメータ構成⑥の場合における $B$ (学習回数 1000 回)	71
5.14	$B_N$ と $B_E$ との絶対誤差 (パラメータ構成①, 学習回数 200 回)	74
5.15	$B_N$ と $B_E$ との絶対誤差 (パラメータ構成②, 学習回数 200 回)	74
5.16	$B_N$ と $B_E$ との絶対誤差 (パラメータ構成③, 学習回数 200 回)	75
5.17	$B_N$ と $B_E$ との絶対誤差 (パラメータ構成④, 学習回数 200 回)	75
5.18	$B_N$ と $B_E$ との絶対誤差 (パラメータ構成⑤, 学習回数 200 回)	77
5.19	$B_N$ と $B_E$ との絶対誤差 (パラメータ構成⑥, 学習回数 200 回)	77
5.20	学習における損失の減少 (学習回数 200 回)	79
5.21	学習における損失の減少 (学習回数 1000 回)	79

# 表 目 次

1.1	A, Bに入る記号 . . . . .	10
2.1	GI/G/sシステムを規定するパラメータ . . . . .	25
2.2	GI/G/s/sシステムを規定するパラメータ . . . . .	28
4.1	学習データの構成・計算方法の名称 . . . . .	37
4.2	学習データのパラメータ構成 . . . . .	37
4.3	性能評価対象 GI/G/s システムのパラメータ構成 . . . . .	40
5.1	学習データのパラメータ構成 . . . . .	60
5.2	性能評価対象 GI/G/s/s システムのパラメータ構成 . . . . .	62



# 第 1 章 序論

本研究では解析解の存在しない一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価を機械学習によりおこなっている。従来、一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価には主に計算機実験(離散型シミュレーション)が用いられてきた。しかし、計算機実験には一般トラヒック型待ち行列システムの特徴に応じて計算時間が変動するという問題がある。そのため、本研究では機械学習を用いてその性能評価をおこなっている。なお本研究における「待ち行列(Queue)」は「待たされる現象」のことを指し、線形代数における「行列(Matrix)」とは異なる。

以下、1.1 節では研究の背景と目的について述べる。1.2 節では待ち行列システムの性能評価および機械学習に関する関連研究を示す。1.3 節では本論文の構成を示す。

## 1.1 研究の背景と目的

本節では、まず身の回りで見られる待ち行列について例をあげて説明する。次に、待ち行列システムとはどのようなものであるかを述べ、待ち行列システムを数学的に取り扱うために用いられる待ち行列理論について説明する。次に待ち行列理論における研究課題について述べ、本研究の位置づけを説明した後、本研究の目的を述べる。

### 1.1.1 身の回りの待ち行列

待ち行列は我々の日常生活において様々な場面で見られる現象である。駅の自動券売機や銀行の ATM(現金自動預け払い機)の前にできる待ち行列、評判のレストランに入るための待ち行列、テーマパークの人気アトラクションの待ち行列、空港の手荷物検査場での待ち行列など、私たちは普段から様々な種類の待ち行列を目にし、また経験する。

待ち行列は人が作るものとは限らない。モノが待ち行列を形成することもある。例えば、交差点には信号待ちの車の待ち行列ができる。インターネットでは、データはパケットと呼ばれる細かな単位に分割され、ルータと呼ばれる複数の中継装置を介して、通信相手に送信される。ルータにおいて、特定の出口(方路)に一時的にパケットが集中すると、ルータ内部にパケットの待ち行列が形成される。高橋らは、待ち行列を次の6つに分類している [1].

#### 1. 開門待ち型の混雑

開門前から客が殺到し、開門と同時に一齐になだれ込むものである。新規開店のデパートやスーパー、人気カードの野球やサッカー、休日の遊園地や展覧会の行列がそれに当たる。

#### 2. ラッシュアワー型の混雑

客があるとき一齐になだれ込むものである。ラッシュアワー時間帯の電車を待つ行列がそれに当たる。

#### 3. 到着がランダムな待ち行列

客の到着とその処理がランダムなものである。券売機やスーパーのレジ、空港のチェックインカウンターの行列がそれに当たる。

#### 4. 呼損系の待ち行列

直ちにサービスを受けられない場合に損失が発生するものである。電話の世界では、電話をかけるときの信号を「呼」と呼ぶ。その呼が失われるという意味から、呼が繋がらないことを呼損、そのようなことの起こる電話システムを呼損系と呼ぶ。携帯電話と基地局との通信がそれに当たる。

#### 5. 計算機における待ち行列

あちらこちらに待ち行列が発生するものである。計算機の内部では、いくつものジョブが並行して処理されている。一つのジョブに対して一連の処理が一气におこなわれるわけではない。あるところで待ってそこでの処理を受け、次のところに進んで待ってそこでの処理を受け、ということを繰り返しながら処理されていく。そのた

め CPU やディスクなど計算機を構成する様々な部分で待ち行列が発生する。

## 6. 通信における待ち行列

あちらこちらに待ち行列が発生するもので、特に処理の途中で損失が発生する可能性があるものである。インターネットではデータはパケットに分割され複数のルータを介して通信相手に送信されること、ルータにおいて特定の方路に一時的にパケットが集中するとルータ内部にパケットの待ち行列が形成されることは本節のはじめに説明した通りである。パケットを通信相手に送信するまでに複数のルータを経由するため、複数のルータ内部にパケットの待ち行列が発生する可能性がある。ルータ内部に蓄積できるパケットの数には上限がある。そのため、ルータの上限いっぱいパケットが蓄積されているときに新たなパケットが到着すると、その新たなパケットは蓄積されず損失が発生する。

本研究で取り扱う待ち行列は3の到着がランダムな待ち行列と4の呼損系の待ち行列とする。なお3の待ち行列において、システム容量(詳細は1.1.2節で述べる)が無限のものを本研究では「無限長待ち行列」と呼ぶ。また4の待ち行列において、「呼」は電話や通信の分野で用いられる用語である[2]。本研究は研究分野を電話や通信に限定したものではないため、「呼損系の待ち行列」は「即時型」と呼ぶ。

## 1.1.2 待ち行列システム

1.1.1節で取り上げた待ち行列には、待ち行列を形成する人、モノに加えて、人、モノが待つための場所、および人、モノを処理するための機構が存在している。以下、待ち行列を形成する人、モノのことを「客」、客が待つための場所のことを「待ち室」、客を処理するための機構を「サーバ」、待ち室とサーバを含む系を「待ち行列システム」、待ち行列システム内に収容できる客数を「システム容量」と呼ぶ。

村上によると、待ち行列システムの形態は3種類に分類することができる[2]。客の単位時間あたりの到着数(以下、「到着率」)を $\lambda$ 、サーバの処

理能力 (以下, 「処理率」) を  $\mu$ , サーバ数を  $s$  とした場合における 3 種類の待ち行列システムの形態を以下に示す.

1. サーバ別待ち行列システム

サーバ別に行列ができ,  $\lambda$  は各サーバに  $s$  等分される図 1.1 のシステムである. ただし, 客はサーバを選択することはできず, 各行列の確率的性質は同じとする. 高速自動車の料金所や駅の切符販売機を利用する場合に相当する.

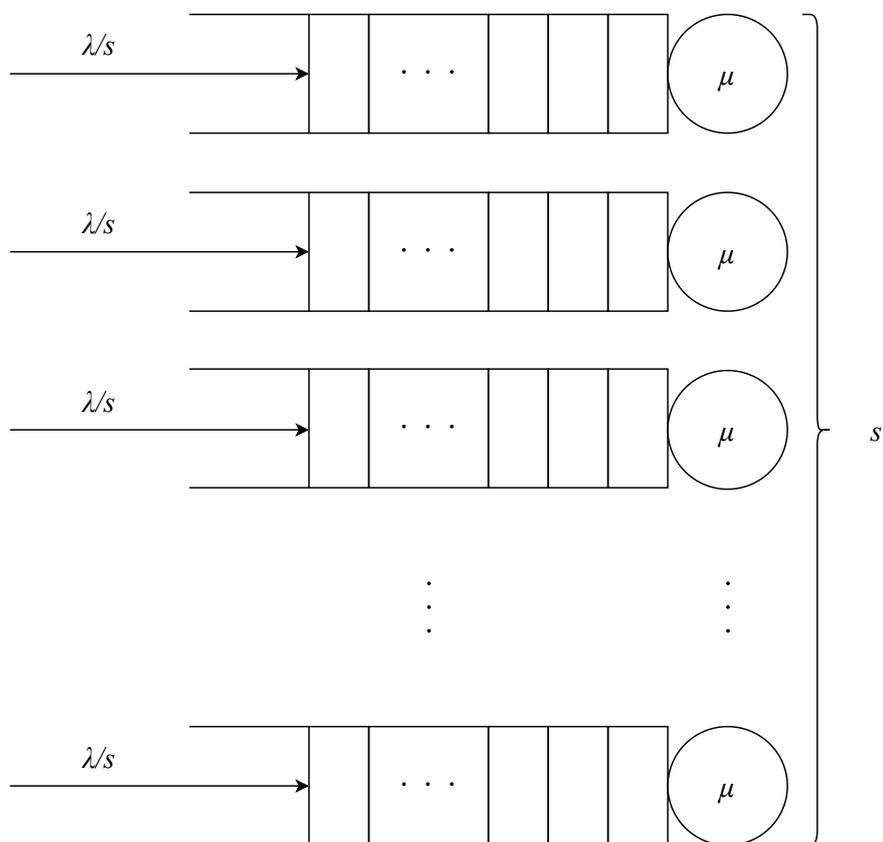


図 1.1: サーバ別待ち行列システム

## 2. 1列行列の複数サーバシステム

行列は1列に形成され，行列の先頭にいる客は空いているサーバに向かう図 1.2 のシステムである．銀行 ATM やトイレを利用する場合に相当する．

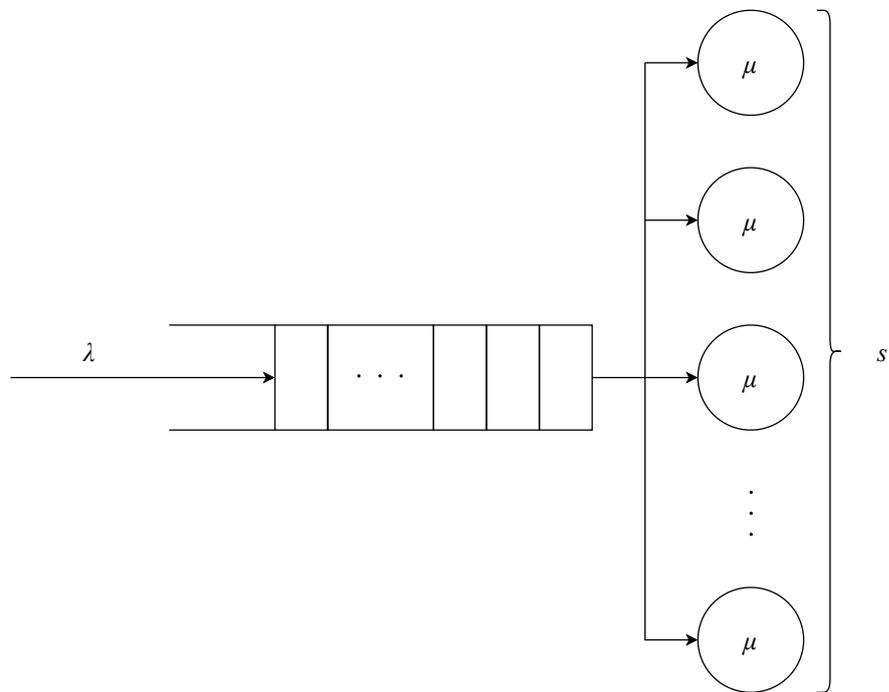


図 1.2: 1列行列の複数サーバシステム

### 3. 1列行列の高速サーバシステム

行列は1列，サーバも1つであるが， $\mu$ が図1.1のサーバ別待ち行列システムおよび図1.2の1列行列の複数サーバシステムの $s$ 倍となる図1.3のシステムである．Intel製CPUの一部にはIntel® Turbo Boost Technology[3] (CPUコアの稼働状況に応じてCPU性能を調節する機能 [4]) が搭載されている．例えば，(1) 特定のCPUコアにのみ電流を流すことで，並列処理能力を抑えて動作周波数を引き上げたり，(2) すべてのCPUコアに電流を流すことで，動作周波数を抑えて並列処理能力を引き上げたりする．本例はIntel® Turbo Boost Technologyを動作させて，CPUコアが(1)の状態になった場合に相当する．

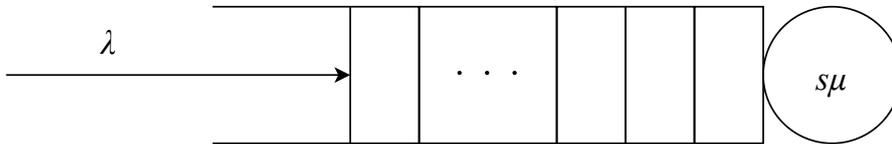


図 1.3: 1列行列の高速サーバシステム

本研究で取り扱う待ち行列システムは図 1.2 の 1 列行列の複数サーバシステムおよび図 1.3 の 1 列行列の高速サーバシステムとする。なお図 1.2 の待ち行列システムにおいて、サーバ数を 1 つ、サーバの処理能力を  $s$  倍にすれば図 1.3 と同じ待ち行列システムとなる。以下、待ち行列システムを図 1.2 の形態で表現した場合は、図 1.3 の待ち行列システムも包含しているものとする。

### 1.1.3 待ち行列理論と待ち行列システムの性能評価

「待ち行列理論」は 20 世紀初頭の A. K. Erlang の研究が始まりであるとされる [5][6][7]。待ち行列システムを数学的に表現し、平均的に発生する客の待ちや、待ち行列システムに収容できない客の割合などの性能指標を求めるための理論が待ち行列理論である。

まず待ち行列システムをどのようにして数学的に表現するのかについて説明する。例として、図 1.4 に示す銀行の ATM における待ち行列を考えてみる。ただし ATM の台数、すなわちサーバ数は 1 と仮定する。またシステム容量は 2(ATM 利用中の客 1 人 + ATM 利用待ちの客数 1 人) と仮定する。

客 A は ATM を利用するために、ATM へ到着する。客 A は ATM を操作しサービスを受ける。客 A がサービスを受けている間に、客 B が ATM へ到着する。客 B は客 A がサービスを終えるまで客 A の後ろに並ぶ。客 A がサービス中でかつ客 B が ATM の利用を待っている間に、客 C が到着する。客 C は客 A がサービスを終えるまで客 B の後ろに並ぼうとする。しかし、システム容量が 2 であるため並ぶことができず、サービスを受け



図 1.4: 銀行の ATM における待ち行列

ずに退去する。客 A のサービス終了後、客 A は ATM から退去し客 B が ATM を利用する。客 B のサービス終了後、客 B は ATM から退去する。

この待ち行列を数学的に表現することを考える。上記の例から待ち行列を数学的に表現するためには

1. 客の ATM への到着
2. 客の ATM の利用
3. ATM の台数 (サーバ数)
4. システム容量

を規定する必要があることがわかる。1 の客の ATM への到着について、客の到着間隔は一定ではなく確率的に変動する [1]。2 の客の ATM の利用についても同様に、サービス時間 (以下、「処理時間」) は一定ではなく確率的に変動する。これらの確率的変動は確率分布を用いることで数学的に表現できる [8][9][10]。以下、到着間隔の確率的変動を表現する確率分布を「到着間隔分布」、処理時間の確率的変動を表現する確率分布を「処理時間分布」と呼ぶ。3 のサーバ数および 4 のシステム容量は自然数としてそのまま数学的に表現できる。

以上を整理すると待ち行列システムを表現するために規定すべき項目は

1. 到着間隔分布
2. 処理時間分布
3. サーバ数
4. システム容量

となる。待ち行列理論では一般的に待ち行列システムの表現に「ケンドールの記号」を用いる。本論文内では待ち行列システムをケンドールの記号を用いて表現する。

ケンドールの記号とは、英国の統計学者 D. G. Kendall が提唱した待ち行列システムの表現方法であり、 $A/B/s/K/Z$  のように表記する [2]。A は客の到着間隔分布を、B はサーバの処理時間分布を、s はサーバ数を、K はシステム容量を、Z は客を処理する順序 (以下、「サービス規律」) を表す。

なおサービス規律が到着順 FCFS(First Come First Served) の場合、Z は省略されることが多い [2][11]。一般的な待ち行列システムではサービス規律は FCFS である場合が多く、本研究で想定する待ち行列システムのサービス規律はすべて FCFS であるため、本論文内では Z は省略して A/B/s/K と表記する。また K が無限大の場合は、K を省略して A/B/s と表記する。

A と B には分布に応じたある特定の記号が入る。その特定の記号の例を表 1.1 に示す。確率分布が一定分布に従う場合は「D」、 $k$  次のアーラン分布に従う場合は「 $E_k$ 」という記号が入る。確率分布が指数分布に従う場合は「M」、2 次の超指数分布に従う場合は「 $H_2$ 」、相型分布に従う場合は「PH」という記号が入る。到着間隔もしくは処理時間の独立性を仮定するという条件下における一般分布の場合は「GI」という記号が入る。到着間隔もしくは処理時間の独立性を必ずしも仮定しないという条件下における一般分布の場合は「G」という記号が入る。ただし、多くの場合処理時間については独立性を仮定するため、B に G を入れたときは独立性を仮定している場合が少なくない [11]。本研究においても、B に G を入れたときは処理時間の独立性を仮定するものとする。

次に待ち行列システムにおいて、客の待ちがどれくらい発生するのか定量的に判断するための性能指標について説明する。なお本研究では待ち行列システムの性能指標を求めることを「待ち行列システムの性能評価」と呼ぶ。以下に代表的な性能指標 3 つを示す。

#### 1. 平均システム内時間

客が待ち行列システムに到着してからサーバを出て行くまでに平均でかかる時間を表す。平均滞在時間、あるいは平均系内時間とも呼ばれる [11]。待ち行列システム内で客が待つ時間がわかる。

#### 2. 平均システム内客数

サーバ利用中の客を含む、待ち行列システム内に平均で存在する客数を表す。平均系内客数とも呼ばれる [11]。待ち行列システム内で待つ客の数がわかる。

#### 3. 損失率

待ち行列システムに到着した客が、システム容量不足で待ち行列に

表 1.1: A, B に入る記号

記号	分布
D	一定分布
$E_k$	$k$ 次のアーラン分布
M	指数分布
$H_2$	2 次の超指数分布
PH	相型分布
GI	一般分布 (互いに独立)
G	一般分布 (必ずしも独立性を仮定しない)

並ぶことができない確率を表す。廃棄率とも呼ばれる。特に電話や通信の分野においては呼損率と呼ばれる [2]。客が待ち行列に並ぶことができない確率はいくらであるのかがわかる。

#### 1.1.4 待ち行列理論における研究課題

待ち行列理論はもともと電話交換機的设计のための理論であった。しかし時代が経つにつれて、サービスシステムや交通システム、計算機システムや通信システムなど様々な分野へ応用されるようになった [12][13][14][15][16]。したがって、待ち行列理論における研究課題を解決することは、様々な分野における諸問題の解決につながる。

待ち行列理論における研究課題は大きく分けて3つに分類できる [6]。

1. 新しい応用分野，とりわけ情報通信分野からの要請による新しいモデル構築と理論体系の整備
2. ある範囲のモデルに対して一般的に成立する理論の研究
3. モデルの性能指標を数値的に求めるアルゴリズム的方法の研究

1は新たな理論体系を生み出すことを主題とするもので、実際の問題に適用することを重視したものである。情報通信が回線交換網、パケット交換網、マルチアクセス、ATMネットワーク、移動体通信と多様化する中で、それらに対応する理論体系が次々と生み出されてきた [17][18]。今日における複雑化した通信ネットワークに対しても新たな理論体系の確立が期待されている [19][20]。

2は個別の待ち行列システムにのみ成立していた理論を、幅広い待ち行列システムに適用できるように拡張することを主題とするものである。客の到着間隔分布が指数分布に従うとき、到着する客は待ち行列システムがある状態となっている時間の割合を観察するという PASTA(Poisson Arrivals See Time Averages)[11] は、2の研究成果の一つである。

3は待ち行列システムの性能評価をおこない、性能指標を数値的に求めることを主題とするものである。複雑化した理論体系においては、おおよその性能評価結果を得る方法は、基本的に近似手法あるいは計算機実験のみであるとされている [21]。

新たな理論体系の確立は、実際の問題への応用や待ち行列理論の発展において重要である。しかし新しい理論体系を確立しても、最終的に待ち行列システムの性能評価ができなければ有用とはいえない。そこで本研究では3の研究課題に焦点を当てる。

### 1.1.5 本研究の目的

様々な分野への応用を考えたとき、性能評価が特に重要な待ち行列システムは、到着間隔分布が一般分布(ケンドールの記号AがGI)で、処理時間分布が一般分布(ケンドールの記号BがG)のものである。本研究ではこのような待ち行列システムを「一般トラヒック型待ち行列システム」と呼ぶ。

一般トラヒック型待ち行列システムの解析解を求めるのは困難であることが知られている [22][23][24]。したがって、そのおおよその性能評価結果を得る方法は1.1.4節で述べた近似手法あるいは計算機実験のみとされる [21]。

近似手法は、一般トラヒック型待ち行列システムにおける平均システム内客数や平均システム内時間などを近似的に求めるというものである [25][26]。近似手法を用いると解析解の得られていない一般トラヒック型待ち行列システムのおおよその性能評価結果を得ることができる。また、後述の計算機実験によるものと比べると、性能評価にかかる計算量が少ないという特徴がある [27]。

しかし、近似手法は一般トラヒック型待ち行列システムの特徴に応じて性能評価結果の精度が変動する。したがって、近似手法は一般論としての理論が成立しにくく、一般トラヒック型待ち行列システムの特徴に合わせて近似式を選択しなければならないという問題がある [25][28]。

計算機実験は、待ち行列理論における離散型シミュレーションと呼ばれる手法のことを指す。ただし、本論文では微分方程式や差分方程式で記述されたモデルの評価をおこなう連続型シミュレーション [29][30] と区別するため、離散型シミュレーションを計算機実験と呼ぶ。計算機上に仮想的に作成した一般トラヒック型待ち行列システムの振る舞いを元に性能評価をおこなうのが計算機実験である [31]。計算機実験は近似手法と異なり、

どのような一般トラヒック型待ち行列システムであっても同一の方法で性能評価をおこなうことが可能である。

しかし、計算機実験にも近似手法と同様に精度の問題がつきまとう。十分な精度での性能評価結果を得るまでにかかる計算時間は、一般トラヒック型待ち行列システムを規定するパラメータに応じて変動する。したがって、一定の計算時間内に性能評価を完了することが要求される場合に計算機実験を用いるのは難しい。

計算機実験における問題を改善するために、本研究では機械学習に着目した。機械学習には以下2つの特徴がある。

(1) は既知の入出力関係から、未知の入力に対する出力の推測が可能な点である [32][33]。この特徴により、出力を一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価結果とすれば、「機械学習を用いた一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価」を実現できる。

(2) は学習が完了すれば、どのような入力に対しても常に一定の計算時間内に性能評価が完了する点である。この特徴により、計算機実験における計算時間が変動する問題を改善することができる。

これらの機械学習の利点を生かすためには、機械学習をどのように用いるかが重要である。例えば、客の到着や退去の時系列データを利用した学習をおこなう場合、常に学習が必要となり、(2) の特徴を生かすことができない。一方、待ち行列理論に基づくパラメータを利用した学習をおこなう場合、学習は一度で済むため、(2) の特徴を生かすことができる。そこで本研究では、待ち行列理論に基づくパラメータが明確であるという条件の下、一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価をおこなう。

しかし、機械学習においても近似手法や計算機実験と同様、精度の問題がある [34]。そのため、機械学習を用いる場合、出力の誤差がどの程度あるのか検証する必要がある。

本研究の目的は、(1) 計算機実験における問題を改善するために、待ち行列理論に基づくパラメータが明確であるという条件の下で、機械学習を用いた一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価をおこなうこと、(2) 機械学習を用いる場合、出力の誤差がどの程度あるのか検証する必要があるため、(1) における性能評価結果の誤差検証をおこない、一定の精度で一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価ができるかどうかを検

証することである。

以下、特に断りがない限り「待ち行列システム」と表記した時は「一般トラヒック型待ち行列システム」のことを指すものとする。

## 1.2 関連研究

### 1.2.1 待ち行列システムの性能評価

待ち行列理論において、解析解が判明している待ち行列システムは2種類ある。(1)は到着間隔分布が指数分布、処理時間分布が一般分布、サーバ数が1、システム容量  $K$  が無限の無限長待ち行列システム  $M/G/1$ (以下、「 $M/G/1$  システム」)で、(2)は到着間隔分布が一般分布、処理時間分布が指数分布、サーバ数が  $s$ 、システム容量  $K$  が無限の無限長待ち行列システム  $GI/M/s$ (以下、「 $GI/M/s$  システム」)である。(1)には無限長待ち行列システム  $M/M/1$  が、(2)には無限長待ち行列システム  $M/M/s$  が含まれる。なお、これら以外の待ち行列システムの解析解は判明していない。待ち行列システムのおおよその性能評価結果を得るために、1.1.4節で述べた近似手法と計算機実験が主に検討されてきた [6].

#### 1.2.1.1 近似手法

近似手法の概要は1.1.4節で述べた通りである。ここではその手法の詳細について説明する。近似手法には大きく分けて2つの手法がある。1つは流体近似手法、もう1つは拡散近似手法である [25][35].

まず流体近似手法について説明する。流体近似手法とは待ち行列システムへ到着する客の流れを、水流のような変化が緩慢な連続的な流れと捉える手法である [25].  $A(t)$  を時刻0から  $t$  までに到着した客数、 $D(t)$  を時刻0から  $t$  までに退去した客数、 $Q(t)$  を時刻  $t$  における待ち行列システム内の客数とすると、

$$Q(t) = Q(0) + A(t) - D(t) \quad (1.1)$$

となる。流体近似手法は、 $t$ を十分大きく取り、 $Q(t)$ の過渡解析や定常解析をおこなうものである。流体近似手法はラッシュアワーのような、システムの処理能力を超えた到着が発生する場合の過渡解析において威力を発揮する。しかし、定常解析においては常にシステムが空となり、意味を成さないことが多い [28]。

次に拡散近似手法について説明する。拡散近似手法とは流体近似手法の精度をより高めた手法である [25][28]。流体近似手法では  $Q(t)$  の確率過程を無視して解析をおこなっていた。拡散近似手法ではその確率過程を考慮することにより、解析精度を高めている [25]。具体的には、確率過程を連続状態のマルコフ過程、すなわち拡散過程とみなして解析する [26]。ただし、待ち行列システムの利用率 (詳細は 4 章にて説明) が軽負荷の場合、近似の精度が悪くなることが知られている [26]。

#### 1.2.1.2 計算機実験

計算機実験の概要は 1.1.4 節で述べた通りである。ここでは計算機実験における計算時間が変動する問題について説明する。

計算機実験は計算機上で仮想的に待ち行列システムを作成し、その中で乱数を用いて仮想的に客を発生させ、その振る舞いを長期的に観測するものである。したがって計算機実験の実施回数を多くすればするほど、得られる性能評価結果の精度は向上する。しかしながら、その実施回数に応じて性能評価にかかる計算時間は増大する [36]。十分な精度での性能評価結果を得るまでにかかる計算時間は、待ち行列システムを規定するパラメータに応じて変動する。

近似手法と計算機実験は一般トラヒック型待ち行列システムの主な性能評価手法として用いられてきたものである。しかし、近似手法、計算機実験とは異なる性能評価手法が存在する。それは機械学習を用いた手法である [37]。その詳細は 1.2.2 節で述べる。

## 1.2.2 機械学習とニューラルネットワーク

### (NN)

機械学習とは、コンピュータの動作をプログラムによって決定する代わりに、問題に合わせて選んだ手法とデータを例示として与えることにより、利用者が望む動作を引き出そうとする試みである [34]。機械学習は大きく 3 種類に分類される。(1) は教師付き機械学習、(2) は教師なし機械学習、(3) は強化学習である [38]。

まず (1) の教師付き機械学習について説明する。教師付き機械学習とは入力データとそれに対応する出力データから、入力データと出力データの間関係を推測するものである [32][33]。教師付き機械学習は出力データが取りうる値に応じて、応用先を 2 種類に分類できる。出力データが連続値を取る場合は回帰問題に、離散値を取る場合は分類問題に応用できる [33]。回帰問題は既知の入力データと出力データの組を学習データとし、未知の入力データが入力された際に、その出力データを推測するというものである [33][39]。分類問題は既知の入力データとその入力データが属するクラスを記した出力データの組を学習データとし、未知の入力データが入力された際に、その入力データが属するクラスを推測するというものである [33][40]。なお分類問題と回帰問題の違いは出力形式の違いのみであるため、分類問題と回帰問題ともに同一の手法が使用されることが多い [41]。教師付き機械学習を実現する手法として、回帰分析 [42]、サポートベクターマシン [43]、k 近傍法 [44]、決定木 [45]、ニューラルネットワーク (以下、「NN」) [46][47][48] があげられる。

次に (2) の教師なし機械学習について説明する。教師なし機械学習とは、複数の入力データを与えた際に、その入力データにどのような特徴があるのか推測するというものである [33]。教師付き機械学習では、入力データとそれに対応する出力データを学習データとして与えていた。しかし教師なし機械学習では、入力データは学習データとして与えるものの、それに対応する出力データは与えない [49]。教師なし機械学習を使用すると、以下の問題へ応用できる [33]。

- 密度推定

入力データの確率分布を推定することを目的とするもの。

- クラスタリング

入力データを互いに似寄ったデータの集合(これをクラスタと呼ぶ)に分けることを目的とするもの [50].

- 次元削減, 表現, 特徴抽出

入力データの次元数を  $x$  としたとき, 入力データを表現するのに最低限必要な次元数となるように  $x$  を減らすことを目的とするもの。

- 新しいサンプルの生成

入力データが確率分布  $p(x)$  にしたがっていると仮定したとき,  $p(x)$  に近似的に分布するデータを生成することを目的とするもの。例えば, 入力データとして「本物の有名人の画像」とそうではない画像を与えた場合に, その「本物の有名人の画像」によく似た「偽物の有名人の画像」を生成するというもの。

教師なし機械学習を実現する手法として, 密度推定においてはカーネル密度推定 [51] が, クラスタリングにおいてはk平均法 [52] やワード法 [53] があげられる。次元削減, 表現, 特徴抽出においては主成分分析 [54] や非負値行列因子分解 (NMF)[55][56] が, 新しいサンプルの生成においては敵対的生成ネットワーク (GAN)[57] があげられる。

最後に (3) の強化学習について説明する。強化学習とは試行錯誤を通じて環境に適應する学習制御の枠組である [58]。教師付き機械学習と教師なし機械学習はすでにあるデータ, あるいはこれから入ってくるものがわかっているデータに対する分析手法であった。これに対し強化学習は, まだデータがない場合にどのようにデータを集めるかという方針も含めて決定する手法である [59]。教師付き機械学習と異なり, 入力データに対応する出力データは学習データとして与えない。その出力データの代わりに, 学習主体 (以下, 「エージェント」) の行動に応じて「報酬」と呼ばれる「良さ」を表す指標がエージェントに与えられる [59]。強化学習においては, その報酬が最大になるように学習をおこなっていく。

例えばロボットの制御を機械学習を用いておこなうことを考える。もし教師付き機械学習を使用する場合, ロボットを構成するセンサやアクチュエータなどの部品 1 つ 1 つの入力データとそれに対応する出力データを

それぞれ事前に用意しなければならない。一方強化学習を使用した場合、そのようなデータを事前に用意しなくとも、どのようにデータを収集すべきか、どのような状態が最適かということを報酬の大小を元にロボットが自力で学習していく。このように、強化学習はロボットをはじめとするエージェントの制御に応用することができる [59][60]。強化学習を実現する手法として、SARSA[61] や Q 学習 [62][63][64] があげられる。

本研究では機械学習として、教師付き機械学習の 1 つである NN を利用する (理由は 3 章で述べる)。NN を利用した研究は多数存在するが、ここでは本研究における NN の利用方法に近い、文献 [37], [65] を取り上げる。

まず、1.2.1 節で触れた文献 [37] を取り上げる。文献 [37] では、NN を利用して無限長待ち行列システム GI/G/s の性能評価をおこなっている。具体的には、M/G/1 および GI/M/s システムを規定するパラメータと、その解析解を学習データとして使用し、性能評価をおこなっている。

本研究と文献 [37] との違いは 3 つ存在する。(1) は、性能評価対象とする待ち行列システムの種類である。文献 [37] ではごく数種類の待ち行列システムの性能評価をおこなっていた。本研究では、文献 [37] よりも多様な待ち行列システムの性能評価をおこなう。

(2) は、学習データの計算に計算機実験を用いる点である。これにより、解析解の存在しない待ち行列システムの性能評価結果を学習データとして使用可能となる。

(3) は、即時型システム GI/G/s/s の性能評価をおこなう点である。文献 [37] では無限長待ち行列システム GI/G/s のみ性能評価をおこなっていた。本研究ではそれに加えて即時型システム GI/G/s/s の性能評価を機械学習によりおこなう。

次に、文献 [65] を取り上げる。文献 [65] では Single-chip Cloud Computer に搭載された 48 コア CPU の性能を最大限引き出すための方法を検討している。具体的には、CPU の性能に影響を与える室温を考慮した上で、各 CPU コアへのタスク割り当て最適化を実施することによって、CPU の性能を最大限引き出せるようにしている。

文献 [65] では NN を CPU コア稼働効率の推測に利用している。具体的には、CPU コア稼働効率に影響を与えるパラメータ (室温, CPU コア全体の平均 Clocks Per Instruction(CPI), 隣接する CPU コア 4 つの平均 CPI)

と、MATLAB[66]による連続型シミュレーションにより得られたCPUコア稼働効率を学習データとしてNNの学習をおこない、CPUコアの稼働効率の推測をおこなっている。推測したCPUコアの稼働効率は、CPUコアへのタスク割り当て最適化をおこなう際に利用されている。

本研究と文献[65]の違いは大きく分けて2つ存在する。(1)はNNの利用目的である。文献[65]ではCPUコアの稼働効率を推測するためにNNを利用していた。本研究では一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価をおこなうためにNNを利用する。

(2)は学習データを計算する方法である。文献[65]では連続型シミュレーションによりNNの学習データを計算していた。本研究では計算機実験によりNNの学習データを計算する。

### 1.3 本論文の構成

本論文は、図1.5に示すように序論および結論を含む6つの章で構成されている。1章では、まず身の回りで見られる待ち行列について例をあげた。次に、待ち行列システムとはどのようなものであるかを述べ、待ち行列システムを数学的に取り扱うために用いられる待ち行列理論について説明した。次に、待ち行列理論における研究課題について述べ、本研究の位置づけを説明した後、本研究の目的を述べた。

2章では、性能評価対象とする2つの待ち行列システムについて述べる。1つはサーバ数が $s$ でシステム容量 $K$ が無限の無限長待ち行列システムGI/G/s(以下、「GI/G/sシステム」)で、もう1つはサーバ数が $s$ でシステム容量 $K$ も $s$ の即時型システムGI/G/s/s(以下、「GI/G/s/sシステム」)である。

3章では、機械学習による待ち行列システムの性能評価手順について説明する。この性能評価手順は、4章、5章における性能評価で共通に利用できるものとなっている。また、性能評価手順では機械学習を使用するため、常に一定の計算時間で性能評価が完了する。

4章では、3章の性能評価手順に従ってGI/G/sシステムの性能評価をおこない、平均システム内時間を求める。また、性能評価結果の誤差検証をおこない、一定の精度で性能評価できるか検証する。誤差検証は機械学

習による性能評価結果と計算機実験による性能評価結果との相対誤差を計算することによりおこなう。

5章では、3章の性能評価手順に従ってGI/G/s/sシステムの性能評価をおこない、損失率を求める。また、性能評価結果の誤差検証をおこない、一定の精度で性能評価できるか検証する。誤差検証は機械学習による性能評価結果と計算機実験による性能評価結果との絶対誤差を計算することによりおこなう。

最後に6章では、2章、3章および4章、5章で述べた内容と本研究で得られた主要な知見を要約し、今後の研究課題と本研究の応用先を述べる。

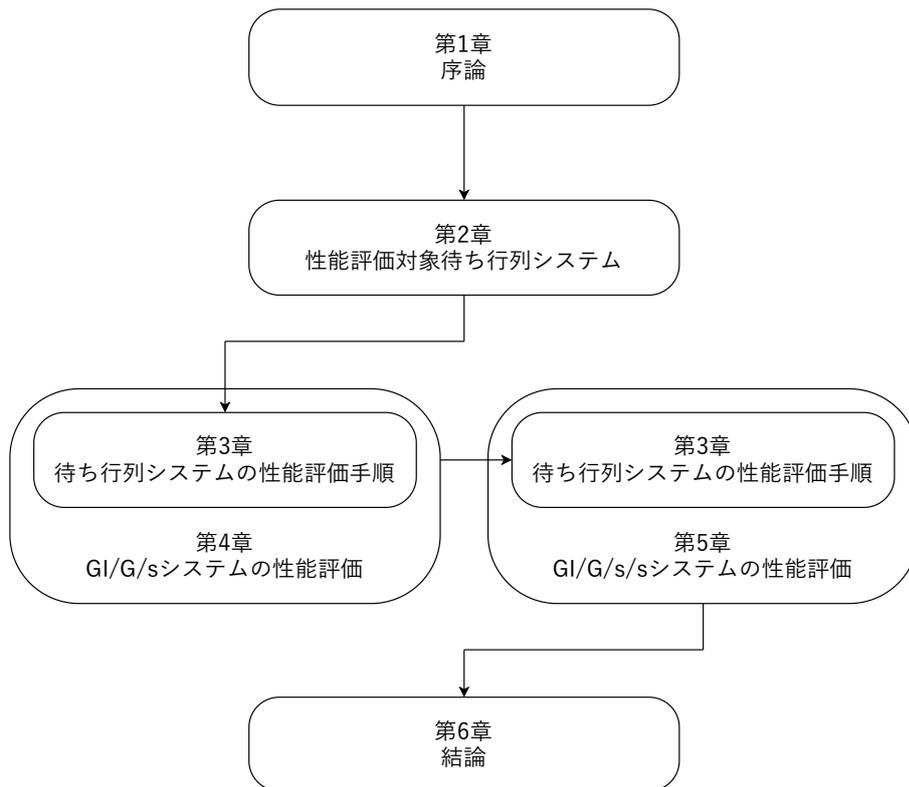


図 1.5: 本論文の構成



## 第 2 章 性能評価対象待ち行列システム

本章では、性能評価対象とする待ち行列システムについて述べる。本研究では、GI/G/s システム、および GI/G/s/s システムを性能評価対象とする。以下、2.1 節では性能評価対象とする GI/G/s システムについて、2.2 節では性能評価対象とする GI/G/s/s システムについて述べる。

### 2.1 無限長待ち行列システム GI/G/s (GI/G/s システム)

本節では性能評価対象とする GI/G/s システムについて述べる。性能評価対象とする GI/G/s システムを図 2.1 に示す。また GI/G/s システムを規定するパラメータを表 2.1 に示す。

GI/G/s システムへの客の単位時間あたりの到着数、すなわち到着率は  $\lambda$  とする。到着間隔分布の平方変動係数は  $Ca^2$  とする。GI/G/s システムにおけるサーバの単位時間あたりの処理数、すなわち処理率は  $\mu$  とする。処理時間分布の平方変動係数は  $Cs^2$  とする。処理は到着順 (FCFS) でこなされるものとする。サーバ数は  $s$  とし、各サーバの性能は同一とする。システム容量  $K$  は無限とする。

ここで平方変動係数とは、到着間隔分布および処理時間分布を特徴付ける値のことで、確率分布の平均を  $E[X]$ 、分散を  $V[X]$  とすると

$$Ca^2, Cs^2 = \frac{V[X]}{(E[X])^2} \quad (2.1)$$

で計算される。平方変動係数の値によって以下の確率分布に従うことが知られている [67][68]。

1.  $Ca^2, Cs^2 = 0$  のとき: 一定分布

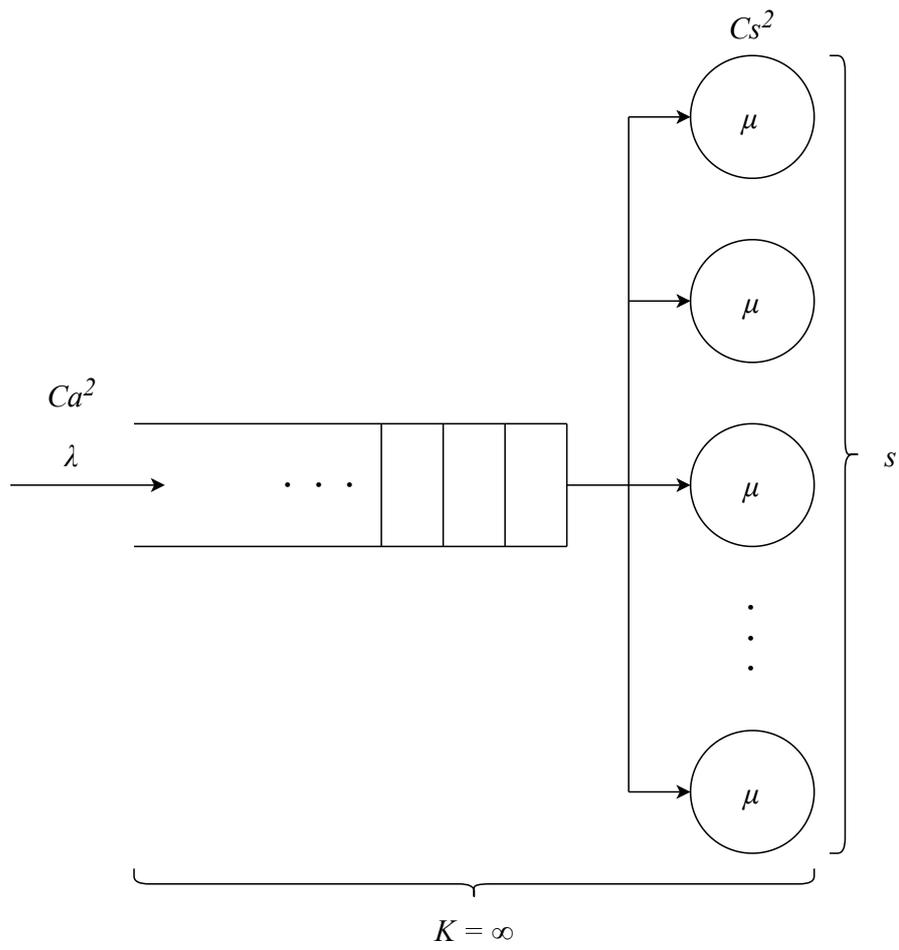


図 2.1: GI/G/s システム

表 2.1: GI/G/s システムを規定するパラメータ

パラメータの名称	記号
到着率	$\lambda$
到着間隔分布の平方変動係数	$Ca^2$
処理率	$\mu$
処理時間分布の平方変動係数	$Cs^2$
サーバ数	$s$
システム容量	$K$ (ただし, $K$ は $\infty$ とする)

2.  $0 < Ca^2, Cs^2 < 1$  かつ  $Ca^2, Cs^2 = k^{-1}$  のとき:  $k$  次のアーラン分布
3.  $Ca^2, Cs^2 = 1$  のとき: 指数分布
4.  $Ca^2, Cs^2 > 1$  のとき: 2 次の超指数分布

以下, 到着間隔分布および処理時間分布は, 平方変動係数の値により規定されるものとする.

## 2.2 即時型システム GI/G/s/s (GI/G/s/s システム)

本節では性能評価対象とする GI/G/s/s システムについて述べる. 性能評価対象とする GI/G/s/s システムを図 2.2 に示す. また GI/G/s/s システムを規定するパラメータを表 2.2 に示す.

GI/G/s/s システムへの客の到着率は  $\lambda$  とする. 到着間隔分布の平方変動係数は  $Ca^2$  とする. サーバの処理率は  $\mu$  とする. 処理時間分布の平方変動係数は  $Cs^2$  とする. 処理は到着順 (FCFS) でおこなわれるものとする. サーバ数は  $s$  とし, 各サーバの性能は同一とする. システム容量  $K$  はサーバ数と同じ  $s$  とする.

## 2.3 本章のまとめ

本章では, 性能評価対象とする待ち行列システムについて説明した. 2.1 節では, 性能評価対象とする GI/G/s システムおよび GI/G/s システムを規定するパラメータについて述べた. 2.2 節では, 性能評価対象とする GI/G/s/s システムおよび GI/G/s/s システムを規定するパラメータについて述べた.

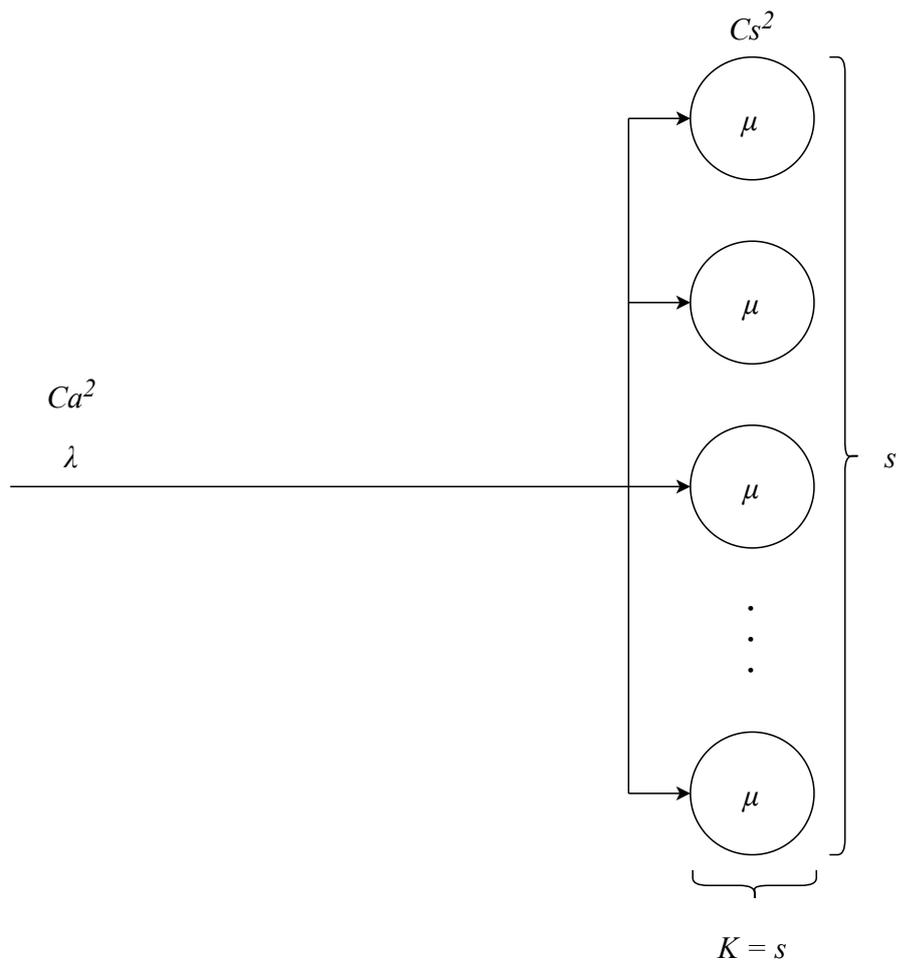


図 2.2: GI/G/s/s システム

表 2.2: GI/G/s/s システムを規定するパラメータ

パラメータの名称	記号
到着率	$\lambda$
到着間隔分布の平方変動係数	$Ca^2$
処理率	$\mu$
処理時間分布の平方変動係数	$Cs^2$
サーバ数	$s$
システム容量	$K$ (ただし, $K$ は $s$ とする)

## 第3章 待ち行列システムの性能評価 手順

本章では機械学習による待ち行列システムの性能評価手順について説明する。本研究で利用する機械学習は1.2.2節で述べたNNである。本研究は解析解を関数近似して待ち行列システムの性能評価をおこなうものと言い換えることができる。NNには関数近似の能力があることが知られている [69][70]。そのため、本研究では機械学習として教師付き機械学習の1つであるNNを利用する。NNの学習完了後は一定の計算時間で性能評価が完了することから、計算機実験における計算時間が変動する問題を改善できる。

NNを利用した性能評価手順は手順1から手順4で構成される。この性能評価手順は、4章、5章で共通に利用できるものになっている。以下、3.1節では学習データの構成・計算について、3.2節では構築するNNについて述べる。3.3節ではNNの学習について、3.4節ではNNによる待ち行列システムの性能評価について述べる。

### 3.1 手順1:学習データを構成・計算する

手順1ではNNの学習に使用する学習データを構成・計算する。具体的には、待ち行列システムを規定するパラメータを構成し、そのパラメータで規定される待ち行列システムの性能評価をおこなう。GI/G/sシステムを規定するパラメータは $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s$ の5個、GI/G/s/sシステムを規定するパラメータは $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s, s$ の6個とする。GI/G/sシステムの性能評価結果は平均システム内時間 $W$ 、GI/G/s/sシステムの性能評価結果は損失率 $B$ とする(詳細は4.2節、5.2節で述べる)。性能評価は計算機実験、もしくは解析解の計算によりおこなう。

## 3.2 手順2:NNを構築する

手順2ではNNを構築する。構築するNNの構成図を図3.1に示す。NNは入力、中間、出力の3層で構成されるものとする。各層のニューロン数は $m_1, m_2, 1$ とする。NNの入力は、待ち行列システムを規定するパラメータ $m_1$ 個に対応する。GI/G/sシステムの場合は $m_1 = 5$ 、GI/G/s/sシステムの場合は $m_1 = 6$ となる。中間層の $m_2$ は試行錯誤により決定する。NNの出力は、待ち行列システムの性能評価結果である平均システム内時間 $W$ または損失率 $B$ に対応する。

## 3.3 手順3:NNを学習させる

手順3では、手順1で構成・計算した学習データを用いて構築したNNを学習させる。NNの学習は $n$ 回おこなう。 $n$ は試行錯誤により決定する。

## 3.4 手順4:NNにより待ち行列システムの性能評価をおこなう

手順4では学習させたNNに性能評価対象待ち行列システムを規定するパラメータを入力する。パラメータの入力によってNNから出力される結果を、性能評価対象待ち行列システムの性能評価結果とする。

## 3.5 本章のまとめ

本章ではNNによる待ち行列システムの性能評価手順について説明した。3.1節で学習データがどのような構成となっているのか説明した。3.2節で構築するNNの構成について説明した。3.3節でNNの学習について説明した。3.4節でNNによる待ち行列システムの性能評価について説明した。

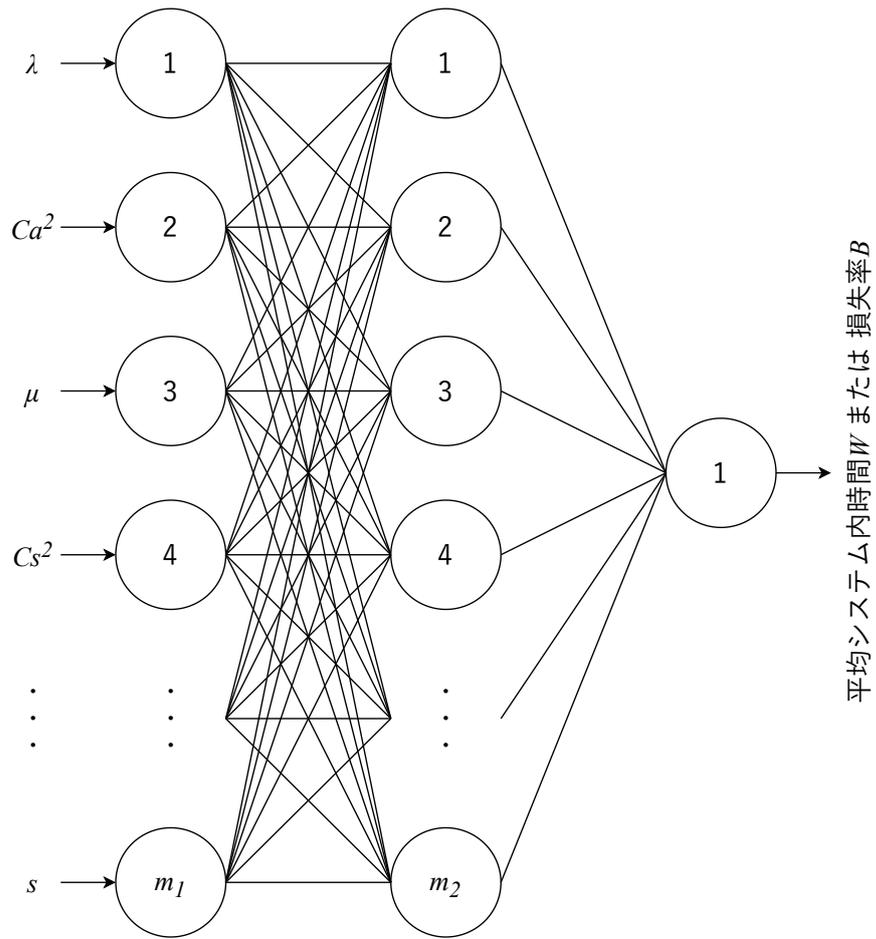


図 3.1: NN の構成図



## 第4章 GI/G/s システムの性能評価

本章では、3章で述べた性能評価手順に従ってGI/G/sシステムの性能評価をおこなう。また、性能評価結果の誤差検証をおこない、一定の精度で性能評価できるか検証する。以下、4.1節ではGI/G/sシステムの性能評価手順で使用するパラメータの具体的な値と値の組み合わせ(以下、「パラメータ構成」)を、4.2節ではGI/G/sシステムの性能指標と性能評価結果を示す。4.3節では機械学習により得られた性能評価結果の誤差検証をおこなう。4.4節で本章をまとめる。

### 4.1 性能評価手順で使用するパラメータ構成

本節ではGI/G/sシステムの性能評価手順で使用するパラメータ構成を説明する。

#### 4.1.1 手順1

手順1で構成・計算する学習データは次のとおりである。入力層における学習データはGI/G/sシステムを規定するパラメータである $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s$ に対応する。出力層における学習データは入力層の学習データで規定されるGI/G/sシステムの平均システム内時間 $W$ に対応する。

入力層と出力層の学習データの構成・計算方法の組み合わせは全部で $3 \times 2 = 6$ 種類ある。最初に、入力層の学習データパラメータ構成3種類を説明する。パラメータ構成3種類を以下に示す。

##### 1. 入力層の学習データパラメータ構成1(In1)

$\lambda, \mu, s$ の値は性能評価対象GI/G/sシステムの $\lambda, \mu, s$ の値と同一とする。 $Ca^2, Cs^2$ の値はともに0.5以下(アーラン分布)とする。このようなパラメータ構成の学習データを「In1」とする。

## 2. 入力層の学習データパラメータ構成 2(In2)

$\lambda, \mu, s$  の値は性能評価対象 GI/G/s システムの  $\lambda, \mu, s$  の値と同一とする。  $Ca^2, Cs^2$  の値はともに 0.5 以上 1.5 以下 (アーラン分布, 指数分布, 2 次の超指数分布のいずれか) とする。 このようなパラメータ構成の学習データを「In2」とする。

## 3. 入力層の学習データパラメータ構成 3(In3)

$\lambda, \mu, s$  の値は性能評価対象 GI/G/s システムの  $\lambda, \mu, s$  の値と同一とする。  $Ca^2, Cs^2$  の値はともに 1.5 以上 (2 次の超指数分布) とする。 このようなパラメータ構成の学習データを「In3」とする。

次に、出力層の学習データ計算方法 2 種類を説明する。 計算方法 2 種類を以下に示す。

### 1. 出力層の学習データ計算方法 1(Out1)

この計算方法は文献 [37] で用いられていない, 本研究で新たに用いるものである。 具体的には, 入力層の学習データで規定される GI/G/s システムの性能評価を計算機実験によりおこなう。 計算機実験は,  $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s$  の組み合わせ 1 通りにつき 100 万回おこない, その平均値を学習データとして使用する。 計算機実験には CSIM20[71] を用いる。 このようにして計算した学習データを「Out1」とする。

### 2. 出力層の学習データ計算方法 2(Out2)

この計算方法は文献 [37] で用いられていたものである。 具体的には, 入力層の学習データで規定される M/G/1 および GI/M/s システムの解析解を求める。 なお M/G/1 システムの解析解計算時は  $Ca^2$  は 1.0,  $s$  は 1 に, GI/M/s システムの  $Cs^2$  は 1.0 となる。 また, 性能評価対象の GI/G/s システムの  $s$  が 1 より大きいとき, M/G/1 システムの  $\lambda$  は「性能評価対象 GI/G/s システムの  $\lambda/s$ 」となるよう調整する。 その理由は M/G/1 システムの  $\rho$  の値を性能評価対象 GI/G/s システムと同じにするためである。 ここで  $\rho$  とは利用率やトラヒック強度と呼ばれる, 待ち行列システムの処理能力に対して客の到着がどれだけあるのかを表す指標で [2][72]

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} \quad (4.1)$$

で計算される。本研究では  $\rho$  を「利用率」と呼ぶ。例えば、性能評価対象 GI/G/s システムの  $\lambda$  が 1.0,  $s$  が 10,  $\mu$  が 1.0 のとき,  $\rho$  は  $1.0/(10 \times 1.0) = 0.1$  となる。一方 M/G/1 システムの解析解計算においては,  $\lambda$  は 0.1,  $s$  は 1,  $\mu$  は 1.0 となり,  $\rho$  は性能評価対象 GI/G/s システムと同じ  $0.1/(1 \times 1.0) = 0.1$  となる。もし M/G/1 システムの  $\lambda$  を調整しない場合,  $\rho$  は  $1.0/(1 \times 1.0) = 1.0$  となる。 $\rho \geq 1.0$  の場合 M/G/1 システムは不安定な状態 (到着率がシステムの待ち行列システムの処理能力以上である状態) となり, 解析解を求めることができなくなる [73]。したがって, 入力層の学習データは性能評価対象 GI/G/s システムのパラメータ構成に関わらず  $Ca^2, Cs^2$  のうち一方は 1.0 に,  $s$  は 1 になり,  $\lambda$  は性能評価対象 GI/G/s システムとは異なる場合があることに注意する。このようにして計算した学習データを「Out2」とする。

学習データの構成・計算方法 6 種類の名称は次の通りである。In1 を用いて Out1 を計算した場合は「IO1-1」、In2 を用いて Out1 を計算した場合は「IO2-1」、In3 を用いて Out1 を計算した場合は「IO3-1」とする。In1 を用いて Out2 を計算した場合は「IO1-2」、In2 を用いて Out2 を計算した場合は「IO2-2」、In3 を用いて Out2 を計算した場合は「IO3-2」とする。

入力層の学習データとして構成する  $Ca^2, Cs^2$  は, IO1-1 では  $\{0.1, 0.25, 0.5\}$ , IO2-1 では  $\{0.5, 1.0, 1.5\}$ , IO3-1 では  $\{1.5, 1.75, 2.0\}$  とする。同様に, IO1-2 では  $\{0.1, 0.25, 0.5\}$ , IO2-2 では  $\{0.5, 1.0, 1.5\}$ , IO3-2 では  $\{1.5, 1.75, 2.0\}$  とする。これを具体的に記述すると, IO1-1 は

$$\begin{aligned} (Ca^2, Cs^2) = & (0.1, 0.1), (0.1, 0.25), (0.1, 0.5), \\ & (0.25, 0.1), (0.25, 0.25), (0.25, 0.5), \\ & (0.5, 0.1), (0.5, 0.25), (0.5, 0.5) \end{aligned}$$

となり, IO2-2 は

$$\begin{aligned} (Ca^2, Cs^2) = & (0.5, 0.5), (0.5, 1.0), (0.5, 1.5), \\ & (1.0, 0.5), (1.0, 1.0), (1.0, 1.5), \\ & (1.5, 0.5), (1.5, 1.0), (1.5, 1.5) \end{aligned}$$

となり, IO3-2 は

$$\begin{aligned}(Ca^2, Cs^2) = & (1.5, 1.5), (1.5, 1.75), (1.5, 2.0), \\ & (1.75, 1.5), (1.75, 1.75), (1.75, 2.0), \\ & (2.0, 1.5), (2.0, 1.75), (2.0, 2.0)\end{aligned}$$

となる. 同様に, IO1-2 は

$$\begin{aligned}(Ca^2, Cs^2) = & (1.0, 0.1), (1.0, 0.25), (1.0, 0.5), & (\text{M/G/1 システム}) \\ & (0.1, 1.0), (0.25, 1.0), (0.5, 1.0) & (\text{GI/M/s システム})\end{aligned}$$

となり, IO1-2 は

$$\begin{aligned}(Ca^2, Cs^2) = & (1.0, 0.5), (1.0, 1.5), & (\text{M/G/1 システム}) \\ & (0.5, 1.0), (1.0, 1.0), (1.5, 1.0) & (\text{GI/M/s システム})\end{aligned}$$

となり, IO1-3 は

$$\begin{aligned}(Ca^2, Cs^2) = & (1.0, 1.5), (1.0, 1.75), (1.0, 2.0), & (\text{M/G/1 システム}) \\ & (1.5, 1.0), (1.75, 1.0), (2.0, 1.0) & (\text{GI/M/s システム})\end{aligned}$$

となる. 学習データの構成・計算方法の名称一覧を表 4.1 に, 学習データのパラメータ構成一覧を表 4.2 に示す.

## 4.1.2 手順 2

手順 2 で構築する NN は次のとおりである. 入力層におけるニューロン数は  $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s$  に対応する 5 個, すなわち  $m_1 = 5$  とする. 中間層におけるニューロン数は入力層と同じ 5 個, すなわち  $m_2 = 5$  とする. 出力層におけるニューロン数は GI/G/s システムの平均システム内時間  $W$  に対応する 1 個とする. 構築する NN の構成図を図 4.1 に示す.

表 4.1: 学習データの構成・計算方法の名称

入力層の学習データ	出力層の学習データ	名称
In1	Out1	IO1-1
In1	Out2	IO1-2
In2	Out1	IO2-1
In2	Out2	IO2-2
In3	Out1	IO3-1
In3	Out2	IO3-2

表 4.2: 学習データのパラメータ構成

名称	$\lambda$	$Ca^2, Cs^2$	$\mu$	$s$
IO1-1	性能評価対象と同一	$Ca^2, Cs^2 \in \{0.1, 0.25, 0.5\}$	性能評価対象と同一	性能評価対象と同一
IO2-1		$Ca^2, Cs^2 \in \{0.5, 1.0, 1.5\}$		
IO3-1		$Ca^2, Cs^2 \in \{1.5, 1.75, 2.0\}$		
IO1-2	性能評価対象と同一または $\lambda/s$	$Ca^2 = 1.0, Cs^2 \in \{0.1, 0.25, 0.5\}$	性能評価対象と同一	1
IO2-2		$Ca^2 \in \{0.1, 0.25, 0.5\}, Cs^2 = 1.0$		性能評価対象と同一
		$Ca^2 = 1.0, Cs^2 \in \{0.5, 1.0, 1.5\}$		1
IO3-2		$Ca^2 \in \{0.5, 1.0, 1.5\}, Cs^2 = 1.0$		性能評価対象と同一
		$Ca^2 = 1.0, Cs^2 \in \{1.5, 1.75, 2.0\}$		1
	$Ca^2 \in \{1.5, 1.75, 2.0\}, Cs^2 = 1.0$	性能評価対象と同一		

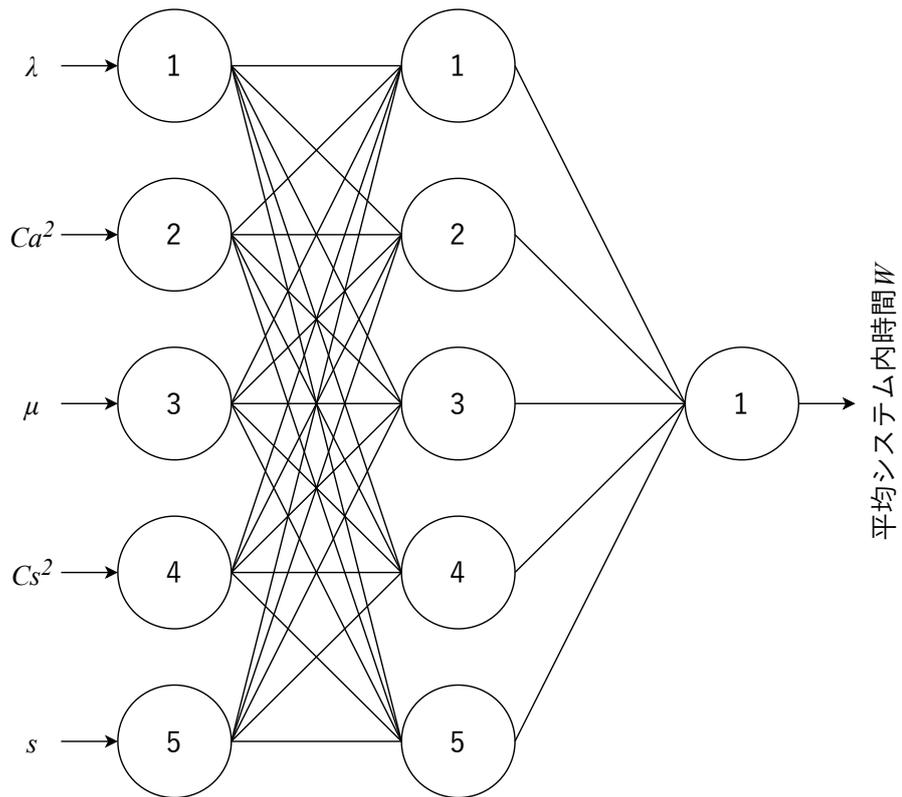


図 4.1: GI/G/s システムの性能評価に用いる NN の構成図

### 4.1.3 手順3

手順3では手順1で構成・計算した学習データを用いてNNを学習させる。ここで一度の学習で使用する学習データは、6種類のうち1種類のみであり、同時に複数は使用しない。NNの学習は誤差逆伝播法を用いておこなう[47][74]。NNの学習における活性化関数にはシグモイド関数を使用する。NNの学習回数は6000回、すなわち $n = 6000$ とする。学習における最適化アルゴリズムにはMomentum SGDを使用し、学習係数は0.01、慣性項は0.9(それぞれchainer[75]におけるデフォルト値)とする。NNの構築、学習にはchainerを使用する。

### 4.1.4 手順4

手順4では表4.3に示すパラメータ構成①~⑥で規定されるGI/G/sシステムの性能評価をおこなう。性能評価対象GI/G/sシステムの $Ca^2$ ,  $Cs^2$ は0.1~10.0とする。 $\lambda, \mu, s$ の組み合わせは利用率 $\rho$ が低利用率、中利用率、高利用率の3種類となるように設定する。具体的には、 $\rho = 0.1$ となる低利用率(パラメータ構成①と②)、 $\rho = 0.5$ となる中利用率(パラメータ構成③と④)、 $\rho = 0.9$ となる高利用率(パラメータ構成⑤と⑥)とする。パラメータ構成①, ③, ⑤の $\mu$ は10,  $s$ は1, パラメータ構成②, ④, ⑥の $\mu$ は1,  $s$ は10とする。システム容量は無限とする。

性能評価対象GI/G/sシステムの $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s$ の組み合わせ数は、パラメータ構成1種類につき81通りとする(例えばパラメータ構成が①の場合、 $\lambda = 5.0$ の1個、 $Ca^2 = 0.1 \sim 10.0$ の9個、 $\mu = 1.0$ の1個、 $Cs^2 = 0.1 \sim 10.0$ の9個、 $s = 10$ の1個で、 $1 \times 9 \times 1 \times 9 \times 1 = 81$ となる)。

## 4.2 性能評価

本節では、まずGI/G/sシステムの性能指標を示す。次に、GI/G/sシステムの性能評価をおこない、性能指標を求める。

表 4.3: 性能評価対象 GI/G/s システムのパラメータ構成

	$\lambda$	$Ca^2, Cs^2$	$\mu$	$s$
①	1.0	0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 2.5, 5.0, 7.5, 10.0	10.0	1
②			1.0	10
③	5.0		10.0	1
④			1.0	10
⑤	9.0		10.0	1
⑥			1.0	10

## 4.2.1 性能指標

GI/G/s システムの性能指標は平均システム内時間  $W$  (以下, 「 $W$ 」) とする. なお本論文では, 計算機実験で求めた  $W$  を  $W_E$  と表記する. また学習データに IO1-1 を使用した NN により求めた  $W$  を  $W_{N_{1,1}}$ , IO2-1 を使用した NN により求めた  $W$  を  $W_{N_{2,1}}$ , IO3-1 を使用した NN により求めた  $W$  を  $W_{N_{3,1}}$ , IO1-2 を使用した NN により求めた  $W$  を  $W_{N_{1,2}}$ , IO2-2 を使用した NN により求めた  $W$  を  $W_{N_{2,2}}$ , IO3-2 を使用した NN により求めた  $W$  を  $W_{N_{3,2}}$  と表記する. なお  $W_{N_{1,1}} \sim W_{N_{3,2}}$  をまとめて表記するときは  $W_N$  と表記する.

## 4.2.2 性能評価結果

本節では表 4.3 に示したパラメータ構成①～⑥ で規定される GI/G/s システムの  $W$  の評価結果を示す.

### 4.2.2.1 パラメータ構成①のケース

パラメータ構成①で規定される GI/G/s システムの  $W$  を図 4.2, 4.3 に示す. 図 4.2 は出力層の学習データに Out1 を使用した場合の, 図 4.3 は出力層の学習データに Out2 を使用した場合の性能評価結果を示している. 図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数,  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数,  $W$  は平均システム内時間を表している.

$W_{N_{1,1}}$  は  $Cs^2$  が増加すると  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた.  $W_{N_{2,1}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加すると  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた.  $W_{N_{3,1}}$  は  $Cs^2$  が増加すると  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた.  $W_{N_{1,2}}$  は  $Cs^2$  が増加すると  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた.  $W_{N_{2,2}}, W_{N_{3,2}}$  は  $Ca^2$  が増加すると  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた.

### 4.2.2.2 パラメータ構成②のケース

パラメータ構成②で規定される GI/G/s システムの  $W$  を図 4.4, 4.5 に示す. 図 4.4 は出力層の学習データに Out1 を使用した場合の, 図 4.5 は出

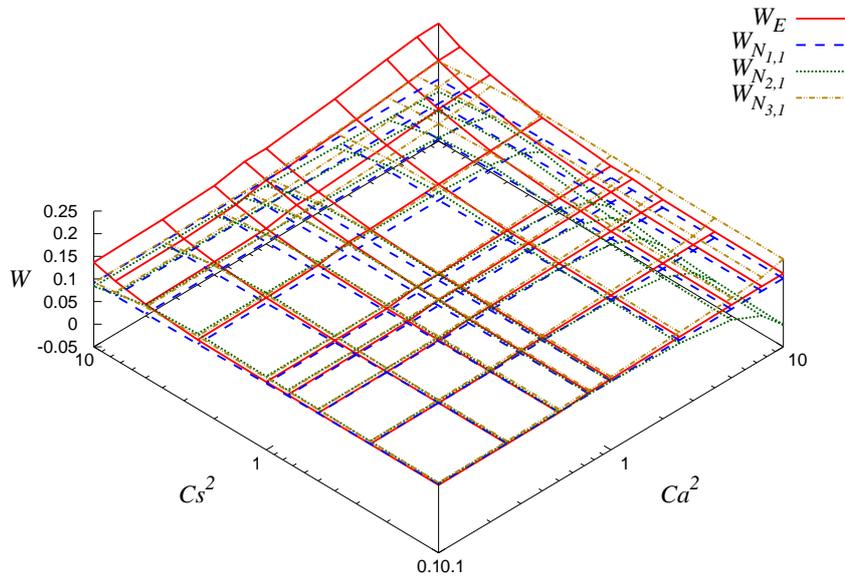


図 4.2: Out1 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成①)

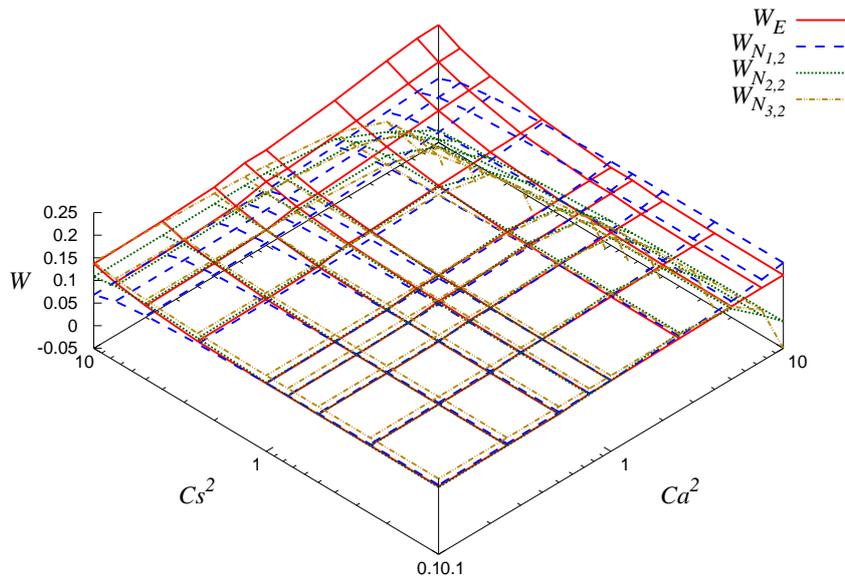


図 4.3: Out2 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成①)

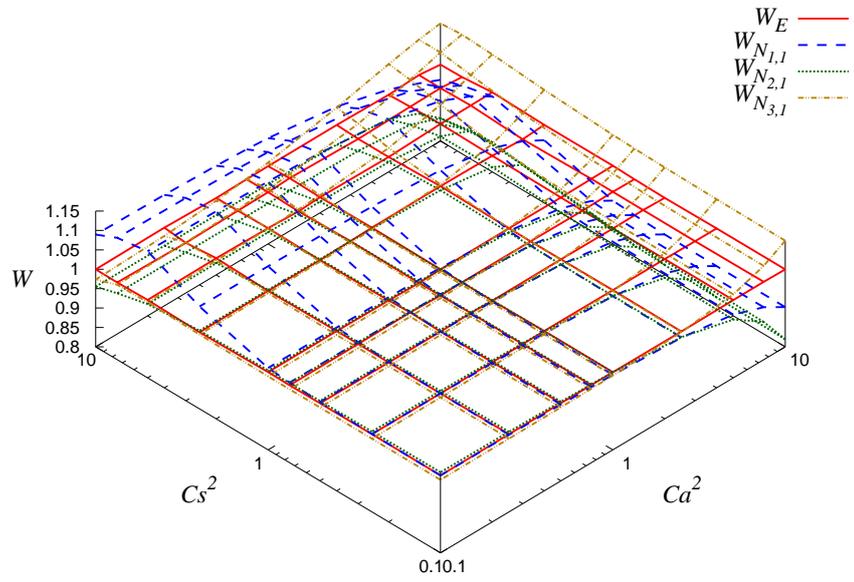


図 4.4: Out1 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成②)

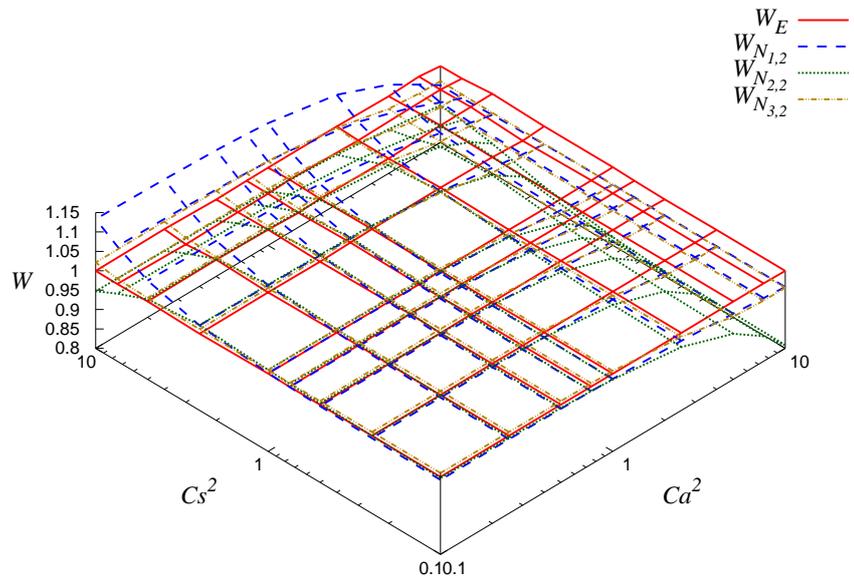


図 4.5: Out2 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成②)

力層の学習データに Out2 を使用した場合の性能評価結果を示している。図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数、 $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数、 $W$  は平均システム内時間を表している。

$W_{N_{1,1}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $W_{N_{2,1}}, W_{N_{3,1}}$  は  $Ca^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $W_{N_{1,2}}$  は  $Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $W_{N_{2,2}}$  は  $Ca^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $W_{N_{3,2}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $W_E$  とおおむね一致した。

#### 4.2.2.3 パラメータ構成③のケース

パラメータ構成が③である GI/G/s システムの  $W$  を図 4.6, 4.7 に示す。図 4.6 は出力層の学習データに Out1 を使用した場合の、図 4.7 は出力層の学習データに Out2 を使用した場合の性能評価結果を示している。図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数、 $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数、 $W$  は平均システム内時間を表している。

$W_{N_{1,1}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $W_{N_{2,1}}$  は  $Ca^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $W_{N_{3,1}}$  は  $W_E$  とグラフの形は似ているものの、 $W_{N_{2,1}}$  と比較するとあまり一致しなかった。 $W_{N_{1,2}}, W_{N_{2,2}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $W_{N_{3,2}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $W_E$  とあまり一致しなかった。

#### 4.2.2.4 パラメータ構成④のケース

パラメータ構成が④である GI/G/s システムの  $W$  を図 4.8, 4.9 に示す。図 4.8 は出力層の学習データに Out1 を使用した場合の、図 4.9 は出力層の学習データに Out2 を使用した場合の性能評価結果を示している。図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数、 $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数、 $W$  は平均システム内時間を表している。

$W_{N_{1,1}}, W_{N_{2,1}}$  は  $Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $W_{N_{3,1}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $W_E$  とおおむね一致した。

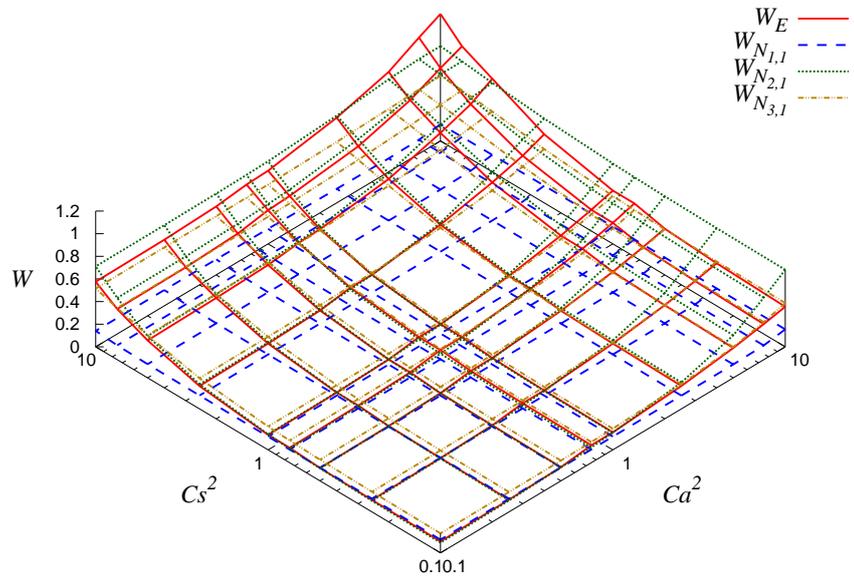


図 4.6: Out1 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成③)

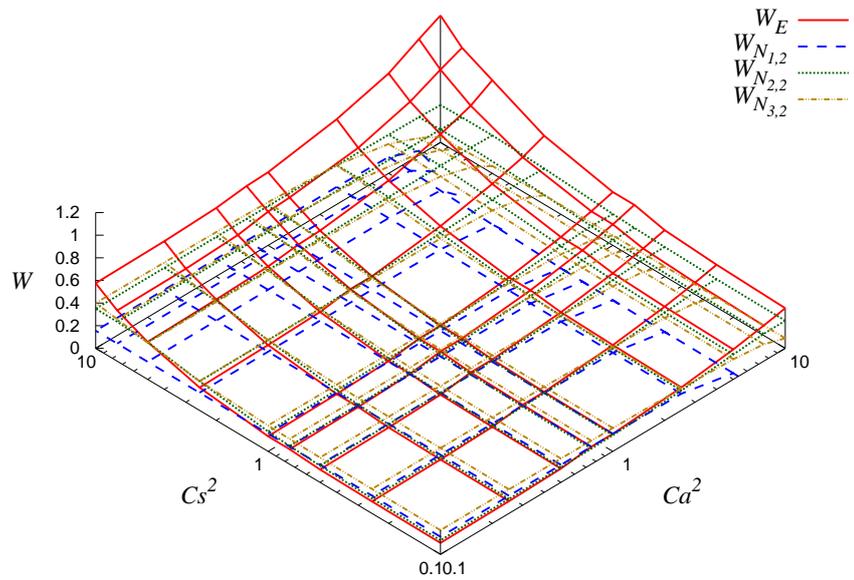


図 4.7: Out2 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成③)

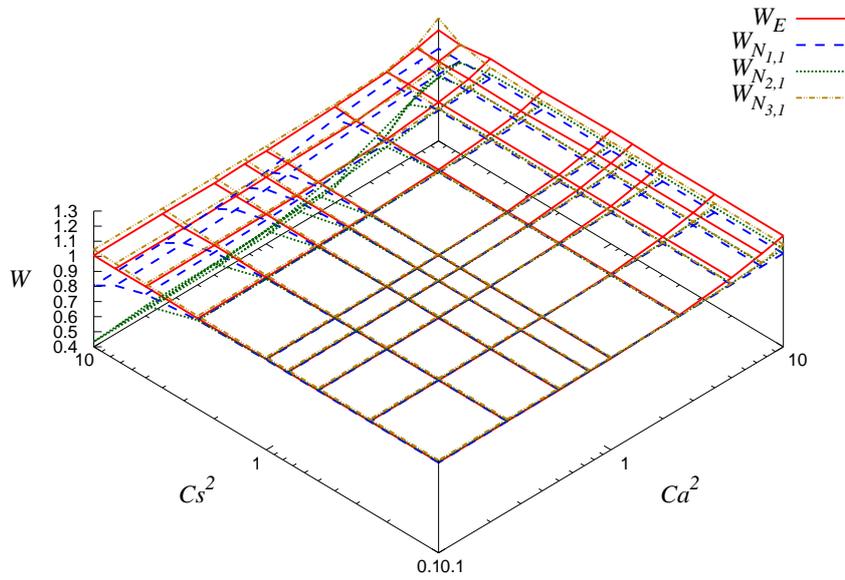


図 4.8: Out1 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成④)

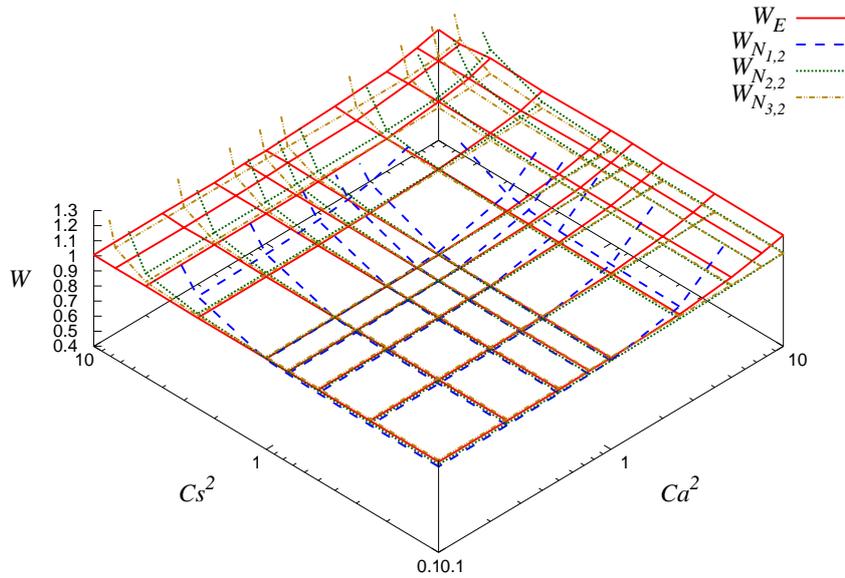


図 4.9: Out2 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成④)

$W_{N_{1,2}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。  $W_{N_{2,2}}, W_{N_{3,2}}$  は  $Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。

#### 4.2.2.5 パラメータ構成⑤のケース

パラメータ構成が⑤である GI/G/s システムの  $W$  を図 4.10, 4.11 に示す。図 4.10 は出力層の学習データに Out1 を使用した場合の、図 4.11 は出力層の学習データに Out2 を使用した場合の性能評価結果を示している。図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数、 $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数、 $W$  は平均システム内時間を表している。

$W_{N_{1,1}}, W_{N_{2,1}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。  $W_{N_{3,1}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $W_E$  とあまり一致しなかった。  $W_{N_{1,2}}, W_{N_{2,2}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。  $W_{N_{3,2}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $W_E$  とあまり一致しなかった。

#### 4.2.2.6 パラメータ構成⑥のケース

パラメータ構成が⑥である GI/G/s システムの  $W$  を図 4.12, 4.13 に示す。図 4.12 は出力層の学習データに Out1 を使用した場合の、図 4.13 は出力層の学習データに Out2 を使用した場合の性能評価結果を示している。図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数、 $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数、 $W$  は平均システム内時間を表している。

$W_{N_{1,1}}, W_{N_{2,1}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。  $W_{N_{3,1}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $W_E$  とあまり一致しなかった。  $W_{N_{1,2}}, W_{N_{2,2}}, W_{N_{3,2}}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $W_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。

### 4.3 性能評価結果の誤差検証

本節ではまず、 $W_N$  の誤差指標とその検証方法を示す。次に、誤差指標を求め、一定の精度で性能評価できたか検証する。

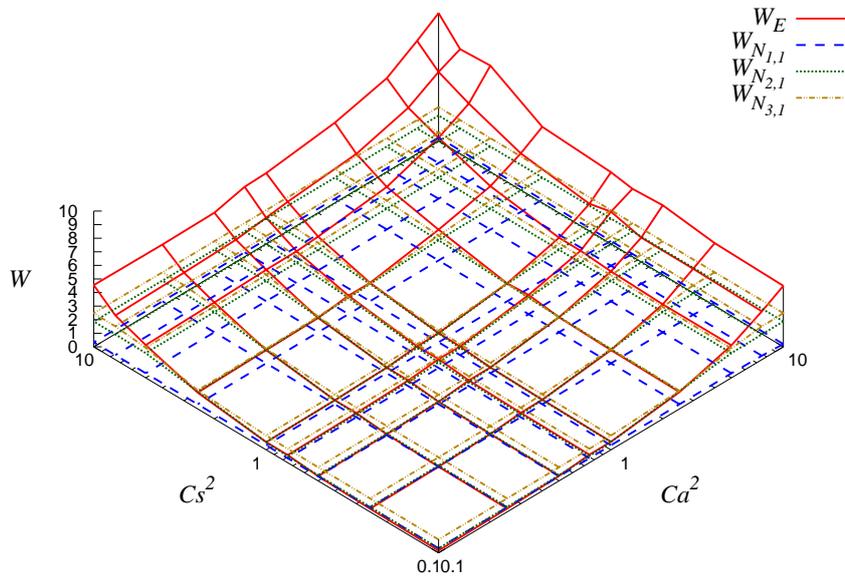


図 4.10: Out1 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成⑤)

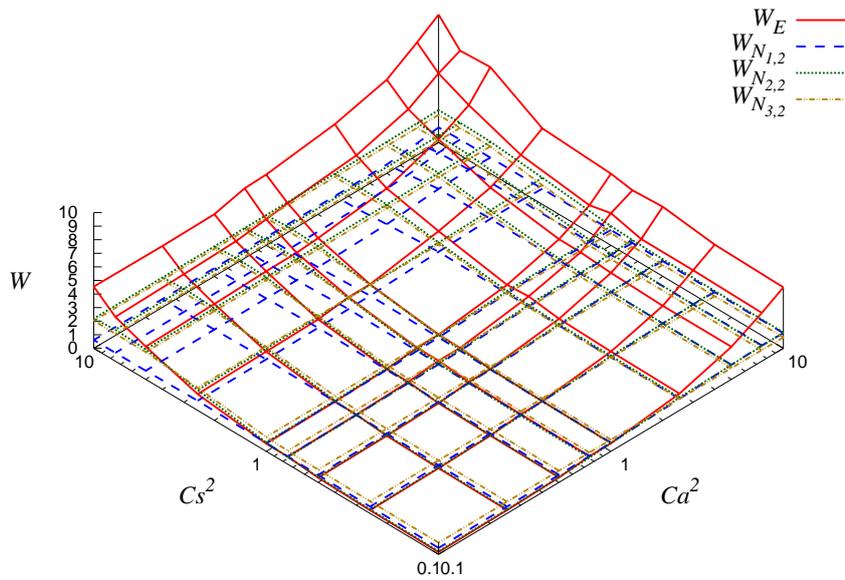


図 4.11: Out2 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成⑤)

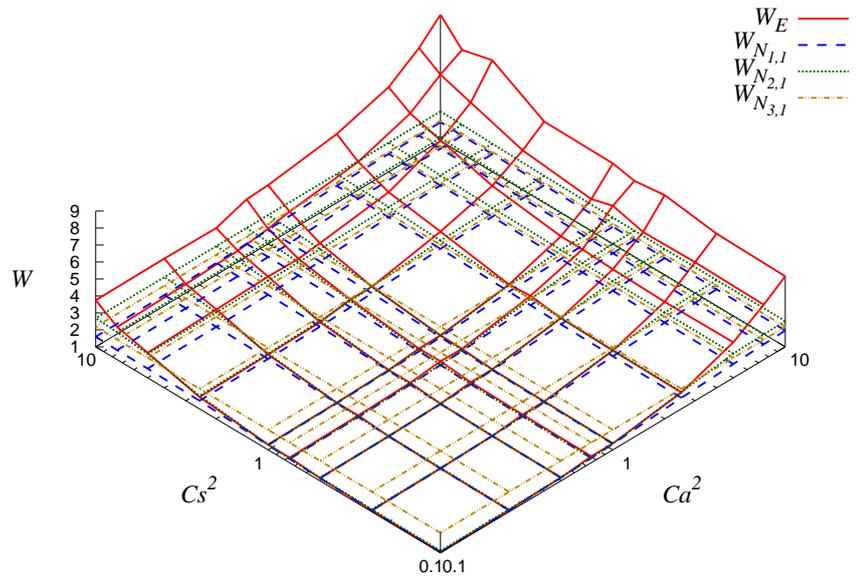


図 4.12: Out1 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成⑥)

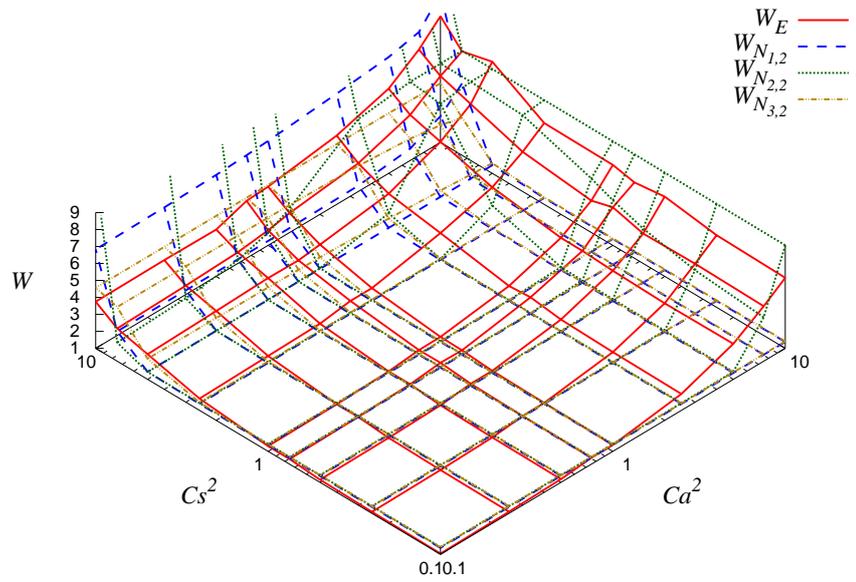


図 4.13: Out2 を学習データとして求めた  $W$  (パラメータ構成⑥)

### 4.3.1 誤差指標とその検証方法

$W$  の値は待ち行列システムを規定するパラメータに応じて  $0 \leq W < \infty$  の範囲で変動する。すなわち、値の大きさが大きく変動する可能性があるため、 $W_N$  の誤差は相対誤差を誤差指標として検証する。誤差検証の手順は次のとおりである。

1. 表 4.3 に示した GI/G/s システムのパラメータ構成を学習完了後の NN に入力して  $W_N$  を求める
2. 1 で入力したパラメータ構成で規定される GI/G/s システムの性能評価を計算機実験によりおこない、 $W_E$  を求める
3. 1 で求めた  $W_N$  と 2 で求めた  $W_E$  との相対誤差を求める

1 では、表 4.3 に示した GI/G/s システムのパラメータ構成を学習完了後の NN に入力して  $W_N$  を求める。2 では、1 で入力したパラメータ構成で規定される GI/G/s システムの性能評価を計算機実験によりおこない、 $W_E$  を求める。 $W_E$  は複数回の計算機実験の平均値とする。計算機実験は  $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s$  の組み合わせ 1 通りにつき 100 万回おこなう (ゆえに計算機実験は、パラメータ構成 1 種類につき、合計  $81 \times 100$  万回おこなう)。3 では、 $W_N$  と  $W_E$  との相対誤差を求め、一定の精度 (相対誤差 10% 以下) で性能評価できたか検証する。なお相対誤差は  $|W_N - W_E|/W_E$  で求める。

### 4.3.2 誤差検証結果

本節では  $W_N$  の誤差検証をおこなった結果を示す。相対誤差を求める  $W_N$  は図 4.2~4.9 の中から  $W_E$  との誤差が小さいと思われるものを選択する。なお図 4.10~4.13 における  $W_N$  は明らかに  $W_E$  との誤差が大きいため、相対誤差は求めない。

#### 4.3.2.1 パラメータ構成①のケース

パラメータ構成①で規定される GI/G/s システムの  $W_{N_{1,1}}, W_{N_{3,1}}, W_{N_{1,2}}$  と  $W_E$  との相対誤差を図 4.14 に示す。図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方

変動係数,  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数,  $error$  は  $W_N$  と  $W_E$  との相対誤差を示す. 図中のグラフは  $error \leq 0.10$ (相対誤差 10%以下) の範囲のみを表示しており,  $error > 0.10$  の範囲は表示していない.

図よりいずれのグラフも  $Ca^2, Cs^2 \leq 1.0$  の範囲であれば, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている. 一方, それ以外の範囲ではおおむね  $error > 0.10$  となっている.

#### 4.3.2.2 パラメータ構成②のケース

パラメータ構成②で規定される GI/G/s システムの  $W_{N_{3,1}}, W_{N_{3,2}}$  と  $W_E$  との相対誤差を図 4.15 に示す. 図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数,  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数,  $error$  は  $W_N$  と  $W_E$  との相対誤差を示す. 図中のグラフは  $error \leq 0.10$ (相対誤差 10%以下) の範囲のみを表示しており,  $error > 0.10$  の範囲は表示していない.

図より,  $W_{N_{3,2}}$  の方が全体的に誤差が小さく,  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $error \leq 0.10$  となっている. 一方,  $W_{N_{3,1}}$  も  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている.

#### 4.3.2.3 パラメータ構成③のケース

パラメータ構成③で規定される GI/G/s システムの  $W_{N_{2,1}}, W_{N_{3,1}}$  と  $W_E$  との相対誤差を図 4.16 に示す. 図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数,  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数,  $error$  は  $W_N$  と  $W_E$  との相対誤差を示す. 図中のグラフは  $error \leq 0.10$ (相対誤差 10%以下) の範囲のみを表示しており,  $error > 0.10$  の範囲は表示していない.

図より  $W_{N_{2,1}}$  は  $Ca^2, Cs^2 \leq 1.0$  の範囲であれば, おおむね  $error \leq 0.10$  で性能評価できている. 一方, それ以外の範囲では  $error > 0.10$  となっている.  $W_{N_{3,1}}$  には  $W_{N_{2,1}}$  のような傾向は見られず, 全体的に  $error > 0.10$  となっている.

#### 4.3.2.4 パラメータ構成④のケース

パラメータ構成が④である GI/G/s システムの  $W_{N_{1,1}}, W_{N_{3,1}}$  と  $W_E$  との相対誤差を図 4.17 に示す. 図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数,

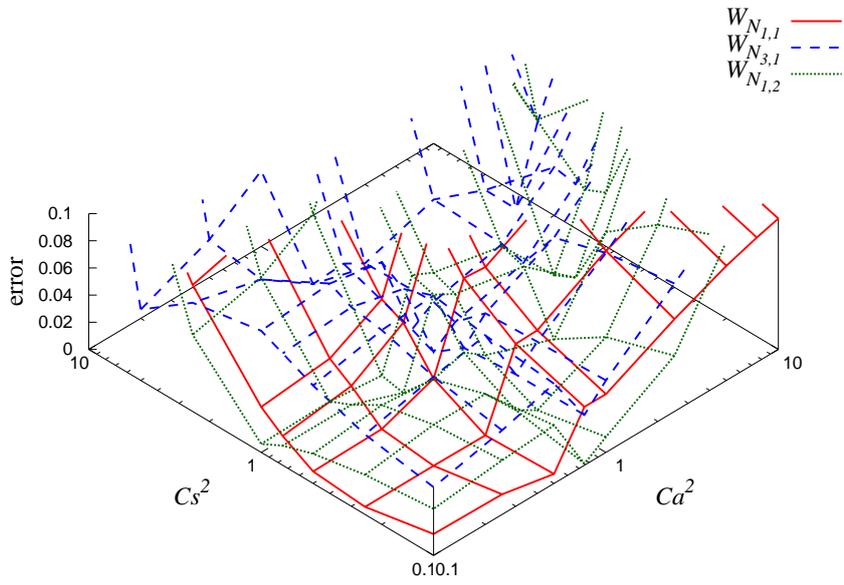


図 4.14:  $W_{N_{1,1}}, W_{N_{3,1}}, W_{N_{1,2}}$  と  $W_E$  との相対誤差 (パラメータ構成①)

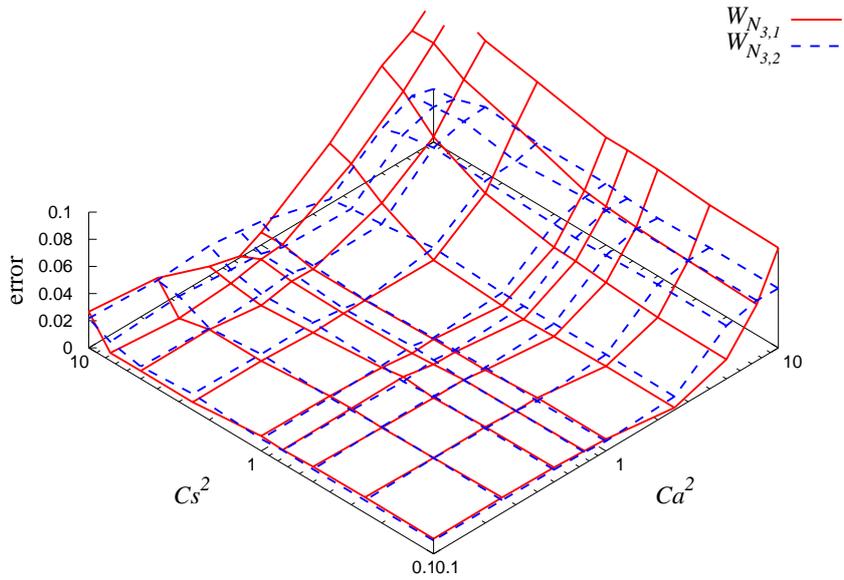


図 4.15:  $W_{N_{3,1}}, W_{N_{3,2}}$  と  $W_E$  との相対誤差 (パラメータ構成②)

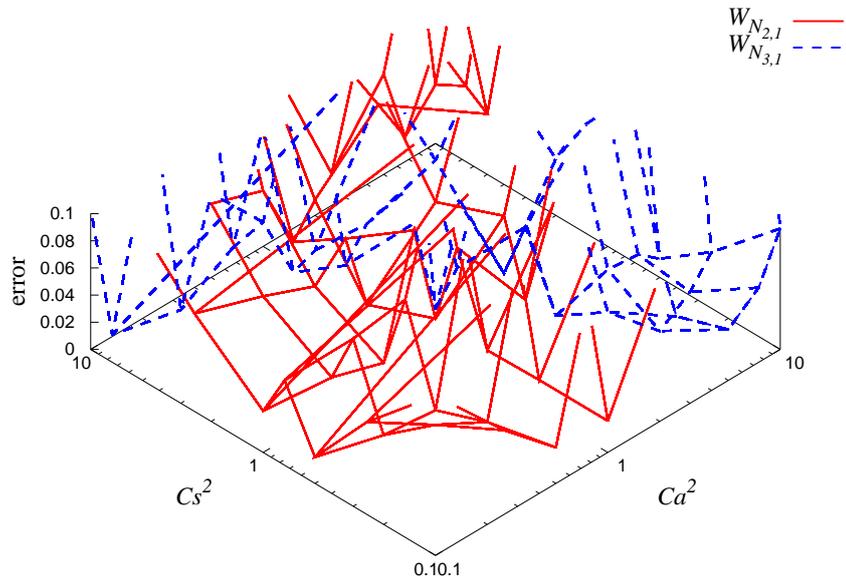


図 4.16:  $W_{N_{2,1}}, W_{N_{3,1}}$  と  $W_E$  との相対誤差 (パラメータ構成③)

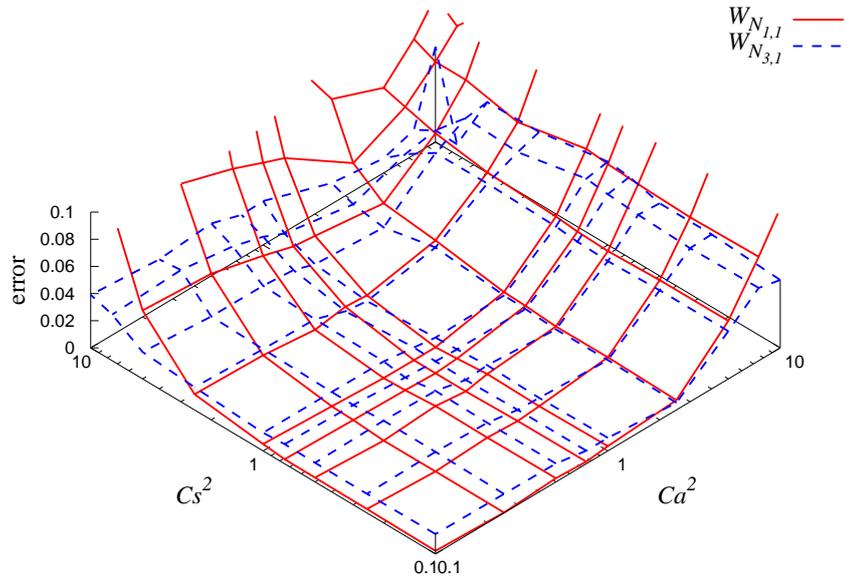


図 4.17:  $W_{N_{1,1}}, W_{N_{3,1}}$  と  $W_E$  との相対誤差 (パラメータ構成④)

$Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数,  $error$  は  $W_N$  と  $W_E$  との相対誤差を示す. 図中のグラフは  $error \leq 0.10$ (相対誤差 10%以下) の範囲のみを表示しており,  $error > 0.10$  の範囲は表示していない.

図より,  $W_{N_{1,1}}$  よりも  $W_{N_{3,1}}$  の方が全体的に誤差が小さい. また  $W_{N_{3,1}}$  の場合,  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $error \leq 0.10$  となっている.

## 4.4 本章のまとめ

本節では 4.2.2, 4.3.2 節における評価結果の考察をおこなう. また本節の最後に本章をまとめる.

結果から, パラメータ構成①, ②, ③, ④, すなわち  $\rho = 0.1, 0.5$  の GI/G/s システムの場合, 基本的には  $Ca^2, Cs^2 \leq 1.0$  の範囲であれば, 誤差 0.10 以下で性能評価できた. 場合によっては,  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず誤差 0.10 以下で性能評価できることもあった. 一方, パラメータ構成⑤, ⑥, すなわち  $\rho = 0.9$  の GI/G/s システムについては,  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず, ほとんど誤差 0.10 以下で性能評価をすることはできなかった.

このような結果になった理由として, 学習データとして使用した  $Ca^2, Cs^2$  の値が小さかったことが考えられる. 今回学習データとして使用した  $Ca^2, Cs^2$  は最大で 2.0 であった. したがって, 2.0 より大きい値の  $Ca^2, Cs^2$  を学習データとして使用すれば,  $Ca^2, Cs^2 > 1.0$  の範囲も誤差 0.10 以下で性能評価できる可能性があると考えられる.

出力層の学習データは, Out2 よりも Out1 を使用した方が, 誤差 0.10 以下で性能評価できる GI/G/s システムの種類は多いといえる. Out1 が Out2 よりも優れている点は, 入力層の学習データに制限がかからない点である. 例えば Out2 の解析解計算において, M/G/1 システムでは  $Ca^2$  が 1.0 に, GI/M/s システムでは  $Cs^2$  が 1.0 に制限され, それ以外の  $Ca^2, Cs^2$  を学習データとして使用することはできない. 一方で Out1 は Out2 とは異なり, 使用できる学習データに制限はない. したがって, この制限の有無が性能評価結果の精度に影響を与えたと考えられる.

最後に本章をまとめる. 本章では, 3 章の性能評価手順に従って GI/G/s システムの性能評価をおこなった. また, 性能評価結果の誤差検証をおこなった. 誤差検証結果から, GI/G/s システムのパラメータ構成にもよ

るが、一定の精度で GI/G/s システムの性能評価をおこなえることがわかった。



## 第 5 章 GI/G/s/s システムの性能評価

本章では、3章で述べた性能評価手順に従って GI/G/s/s システムの性能評価をおこなう。また、性能評価結果の誤差検証をおこない、一定の精度で性能評価できるか検証する。

5.1 節では GI/G/s/s システムの性能評価手順で使用するパラメータ構成を、5.2 節では GI/G/s/s システムの性能指標と性能評価結果を示す。5.3 節では機械学習により得られた性能評価結果の誤差検証をおこなう。5.4 節で本章をまとめる。

### 5.1 性能評価手順で使用するパラメータ構成

本節では GI/G/s/s システムの性能評価手順で使用するパラメータ構成を説明する。

#### 5.1.1 手順 1

手順 1 で構成・計算する学習データは次のとおりである。入力層における学習データは GI/G/s/s システムを規定するパラメータである  $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s, s$  に対応する。出力層における学習データは入力層の学習データで規定される GI/G/s/s システムの損失率  $B$  に対応する。

入力層と出力層の学習データ構成・計算方法の組み合わせは全部で  $3 \times 1 = 3$  種類ある。最初に、入力層の学習データパラメータ構成 3 種類を説明する。パラメータ構成 3 種類を以下に示す。

- 入力層の学習データパラメータ構成 1(In1)  
 $\lambda, \mu, s$  の値は性能評価対象 GI/G/s/s システムと同様とする。  $Ca^2, Cs^2$  の値はともに 0.5 以下 (アーラン分布) とする。このようなパラメータ構成の学習データを「In1」とする。

- 入力層の学習データパラメータ構成 2(In2)  
 $\lambda, \mu, s$  の値は性能評価対象 GI/G/s/s システムと同様とする。  $Ca^2$ ,  $Cs^2$  の値はともに 0.5 以上 1.5 以下 (アーラン分布, 指数分布, 2 次の超指数分布のいずれか) とする。このようなパラメータ構成の学習データを「In2」とする。
- 入力層の学習データパラメータ構成 3(In3)  
 $\lambda, \mu, s$  の値は性能評価対象 GI/G/s/s システムと同様とする。  $Ca^2$ ,  $Cs^2$  の値はともに 1.5 以上 (2 次の超指数分布) とする。このようなパラメータ構成の学習データを「In3」とする。

次に, 出力層の学習データ計算方法を説明する。出力層の学習データ計算方法は次のとおりである。入力層の学習データを用いて計算機実験により GI/G/s/s システムの性能評価をおこなう。計算機実験は,  $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s, s$  の組み合わせ 1 通りにつき 100 万回おこなう。その平均値を学習データとして使用する。計算機実験には CSIM20[71] を用いる。

入力層の学習データとして構成する  $Ca^2, Cs^2$  は, In1 では {0.1, 0.25, 0.5}, In2 では {0.5, 1.0, 1.5}, In3 では {1.5, 1.75, 2.0} とする。これを具体的に記述すると, In1 は

$$\begin{aligned} (Ca^2, Cs^2) = & (0.1, 0.1), (0.1, 0.25), (0.1, 0.5), \\ & (0.25, 0.1), (0.25, 0.25), (0.25, 0.5), \\ & (0.5, 0.1), (0.5, 0.25), (0.5, 0.5) \end{aligned}$$

となり, In2 は

$$\begin{aligned} (Ca^2, Cs^2) = & (0.5, 0.5), (0.5, 1.0), (0.5, 1.5), \\ & (1.0, 0.5), (1.0, 1.0), (1.0, 1.5), \\ & (1.5, 0.5), (1.5, 1.0), (1.5, 1.5) \end{aligned}$$

となり, In3 は

$$\begin{aligned} (Ca^2, Cs^2) = & (1.5, 1.5), (1.5, 1.75), (1.5, 2.0), \\ & (1.75, 1.5), (1.75, 1.75), (1.75, 2.0), \end{aligned}$$

(2.0, 1.5), (2.0, 1.75), (2.0, 2.0)

となる。学習データのパラメータ構成一覧を表 5.1 に示す。

## 5.1.2 手順 2

手順 2 で構築する NN は次のとおりである。入力層におけるニューロン数は  $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s, s$  に対応する 6 個、すなわち  $m_1 = 6$  とする。中間層におけるニューロン数は入力層と同じ 6 個、すなわち  $m_2 = 6$  とする。出力層におけるニューロン数は GI/G/s/s システムの損失率  $B$  に対応する 1 個とする。構築する NN の構成図を図 5.1 に示す。

## 5.1.3 手順 3

手順 3 では手順 1 で構成・計算した学習データを用いて NN を学習させる。ここで一度の学習で使用する学習データは、3 種類のうち 1 種類のみであり、同時に複数を使用しない。NN の学習は誤差逆伝播法を用いておこなう [47][74]。NN の学習における活性化関数にはシグモイド関数を使用する。NN の学習回数は 200 回または 1000 回、すなわち  $n = 200$  または  $n = 1000$  とする。学習における最適化アルゴリズムには Momentum SGD を使用し、学習係数は 0.01、慣性項は 0.9(それぞれ chainer[75] におけるデフォルト値) とする。NN の構築、学習には chainer を使用する。

## 5.1.4 手順 4

手順 4 では表 5.2 に示すパラメータ構成①～⑥ で規定される GI/G/s/s システムの性能評価をおこなう。性能評価対象 GI/G/s/s システムの  $Ca^2, Cs^2$  は 0.1 ~ 10.0 とする。 $\lambda, \mu, s$  の組み合わせは利用率  $\rho$  が中利用率、高利用率の 2 種類となるように設定する。具体的には、 $\rho = 0.5$  となる中利用率(パラメータ構成①～③)、 $\rho = 0.8$  となる高利用率(パラメータ構成④～⑥) とする。システム容量はサーバ数と同じとする。

表 5.1: 学習データのパラメータ構成

名称	$\lambda$	$Ca^2, Cs^2$	$\mu$	$s$
In1	性能評価対象と同一	$Ca^2, Cs^2 \in \{0.1, 0.25, 0.5\}$	性能評価対象と同一	
In2		$Ca^2, Cs^2 \in \{0.5, 1.0, 1.5\}$		
In3		$Ca^2, Cs^2 \in \{1.5, 1.75, 2.0\}$		

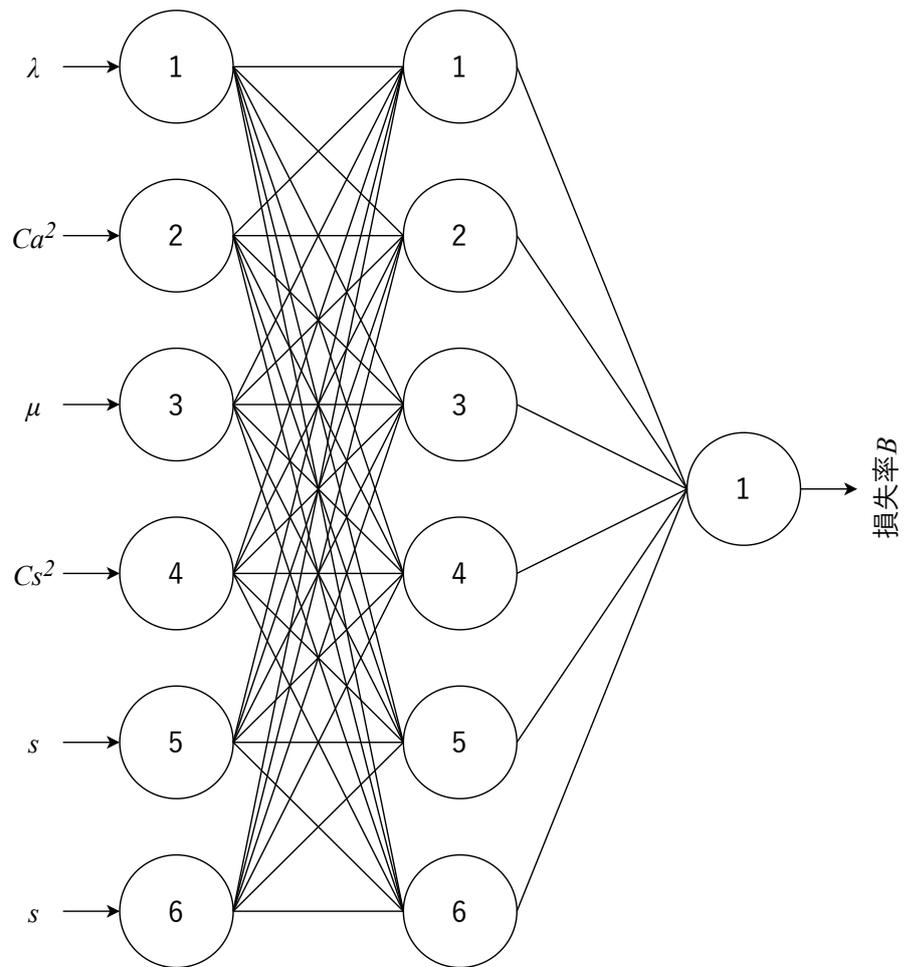


図 5.1: GI/G/s/s システムの性能評価に用いる NN の構成図

表 5.2: 性能評価対象 GI/G/s/s システムのパラメータ構成

	$\lambda$	$Ca^2, Cs^2$	$\mu$	$s$
①	5.0	0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 2.5, 5.0, 7.5, 10.0	10/1	1
②			10/2	2
③			10/3	3
④	8.0		10/1	1
⑤			10/2	2
⑥			10/3	3

性能評価対象 GI/G/s/s システムの  $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s$  の組み合わせ数は、パラメータ構成 1 種類につき 81 通りとする (例えばパラメータ構成①の場合、 $\lambda = 5.0$  の 1 個、 $Ca^2 = 0.1 \sim 10.0$  の 9 個、 $\mu = 10.0/1$  の 1 個、 $Cs^2 = 0.1 \sim 10.0$  の 9 個、 $s = 1$  の 1 個で、 $1 \times 9 \times 1 \times 9 \times 1 = 81$  となる)。

## 5.2 性能評価

本節ではまず、GI/G/s/s システムの性能指標を示す。次に、GI/G/s/s システムの性能評価をおこない、性能指標を求める。

### 5.2.1 性能指標

GI/G/s/s システムの性能指標は損失率  $B$  (以下、「 $B$ 」) とする。なお本論文では、計算機実験で求めた  $B$  を  $B_E$  と表記する。また学習データに In1 を使用した NN により求めた  $B$  を  $B_{N_1}$ 、In2 を使用した NN により求めた  $B$  を  $B_{N_2}$ 、In3 を使用した NN により求めた  $B$  を  $B_{N_3}$  と表記する。なお  $B_{N_1} \sim B_{N_3}$  をまとめて表記するときは  $B_N$  と表記する。

### 5.2.2 性能評価結果

本節ではパラメータ構成①～⑥で規定される GI/G/s/s システムの  $B$  の評価結果を示す。

#### 5.2.2.1 パラメータ構成①のケース

パラメータ構成①で規定される GI/G/s/s システムの  $B$  を図 5.2, 5.3 に示す。図 5.2 は学習回数が 200 回の場合を、図 5.3 は学習回数が 1000 回の場合の性能評価結果を示している。

各図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数、 $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数、 $B$  は損失率を表している。図 5.2 において、 $B_{N_1}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $B_E$  とおおむね一致した。 $B_{N_2}, B_{N_3}$  は  $Cs^2$  が増加するにつれて  $B_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。

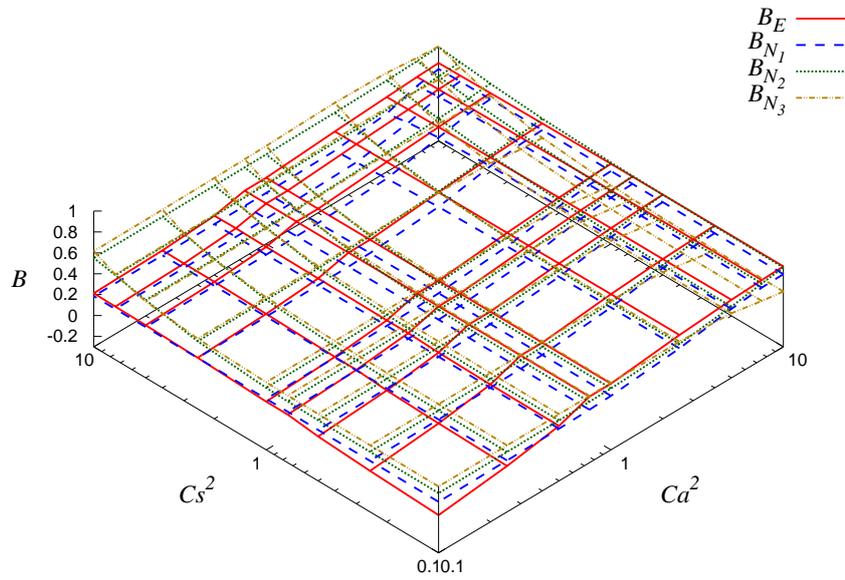


図 5.2: パラメータ構成①の場合における  $B$  (学習回数 200 回)

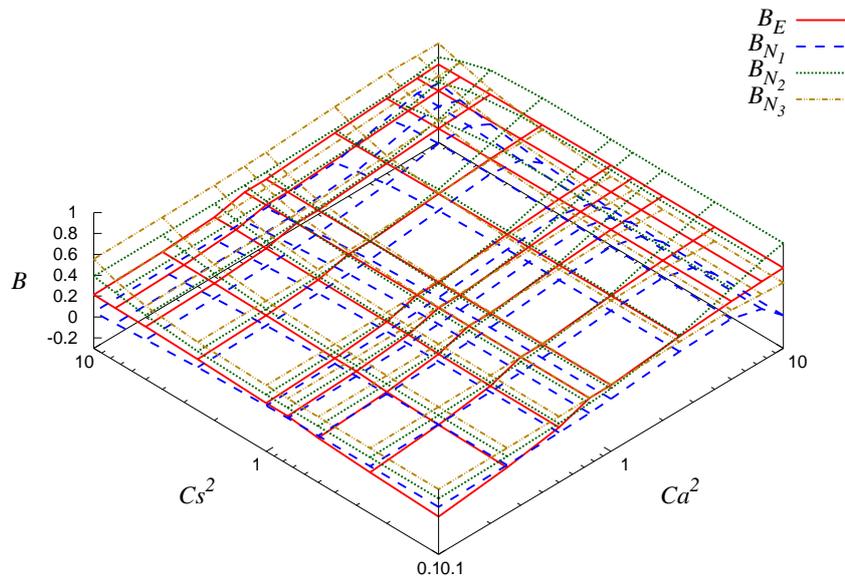


図 5.3: パラメータ構成①の場合における  $B$  (学習回数 1000 回)

図 5.3 においても図 5.2 と同様の傾向が見られた。しかし図 5.2 のほうが  $B_{N_1}$  と  $B_E$  がより一致した。

#### 5.2.2.2 パラメータ構成②のケース

パラメータ構成②で規定される GI/G/s/s システムの  $B$  を図 5.4, 5.5 に示す。図 5.4 は学習回数が 200 回の場合を、図 5.5 は学習回数が 1000 回の場合の性能評価結果を示している。

図 5.4 において、 $B_{N_1}$  は  $Cs^2$  が増加するにつれて  $B_E$  と一致しなくなった。一方、 $B_{N_2}, B_{N_3}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $B_E$  とおおむね一致した。

図 5.5 においても図 5.4 と同様の傾向が見られた。

#### 5.2.2.3 パラメータ構成③のケース

パラメータ構成③で規定される GI/G/s/s システムの  $B$  を図 5.6, 5.7 に示す。図 5.6 は学習回数が 200 回の場合を、図 5.7 は学習回数が 1000 回の場合の性能評価結果を示している。

図 5.6 において、 $B_{N_1}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $B_E$  とおおむね一致した。 $B_{N_2}$  は  $B_E$  とグラフの形は似ているものの、 $B_{N_1}$  と比較すると一致していない。 $B_{N_3}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $B_E$  とあまり一致しなかった。

図 5.7 においても、図 5.6 と同様の傾向が見られた。しかし  $B_{N_3}$  は図 5.6 の  $B_{N_3}$  よりも  $B_E$  と一致した。

#### 5.2.2.4 パラメータ構成④のケース

パラメータ構成④で規定される GI/G/s/s システムの  $B$  を図 5.8, 5.9 に示す。図 5.8 は学習回数が 200 回の場合を、図 5.9 は学習回数が 1000 回の場合の性能評価結果を示している。

図 5.8 において、 $B_{N_1}$  は  $Ca^2$  が増加するにつれて  $B_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $B_{N_2}, B_{N_3}$  は、 $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $B_E$  とあまり一致しなかった。

図 5.9 においても図 5.8 と同様の傾向が見られた。

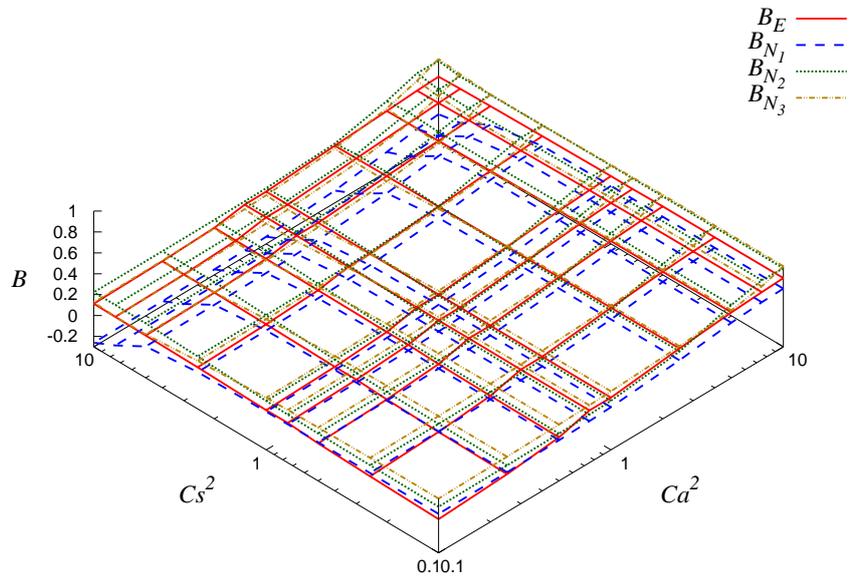


図 5.4: パラメータ構成②の場合における  $B$  (学習回数 200 回)

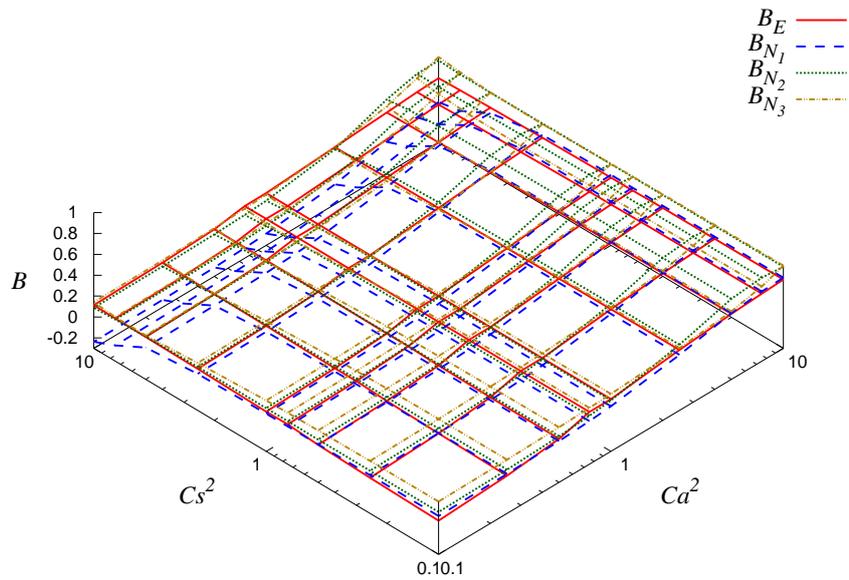


図 5.5: パラメータ構成②の場合における  $B$  (学習回数 1000 回)

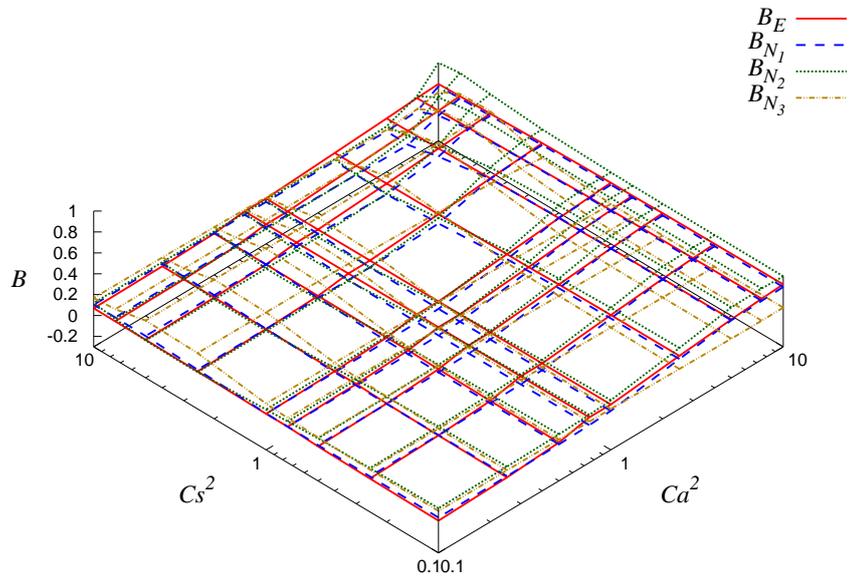


図 5.6: パラメータ構成③の場合における  $B$  (学習回数 200 回)

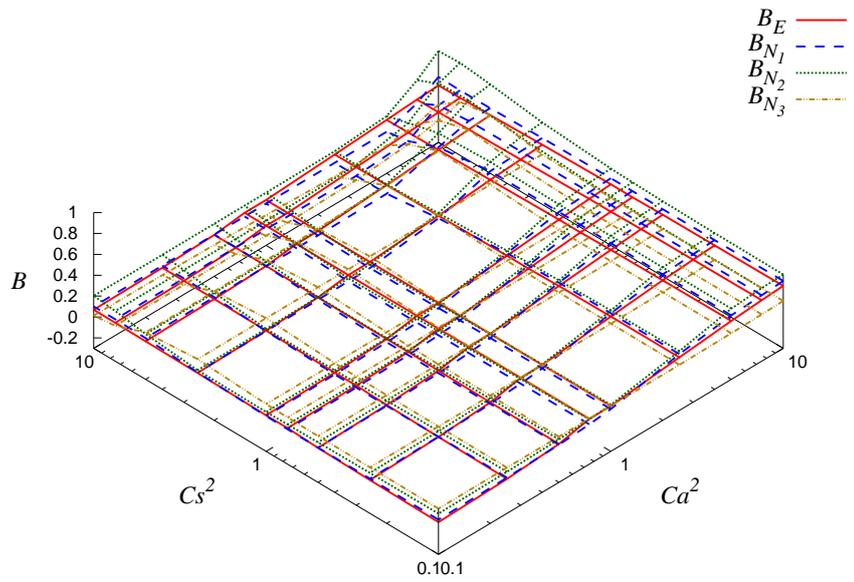


図 5.7: パラメータ構成③の場合における  $B$  (学習回数 1000 回)

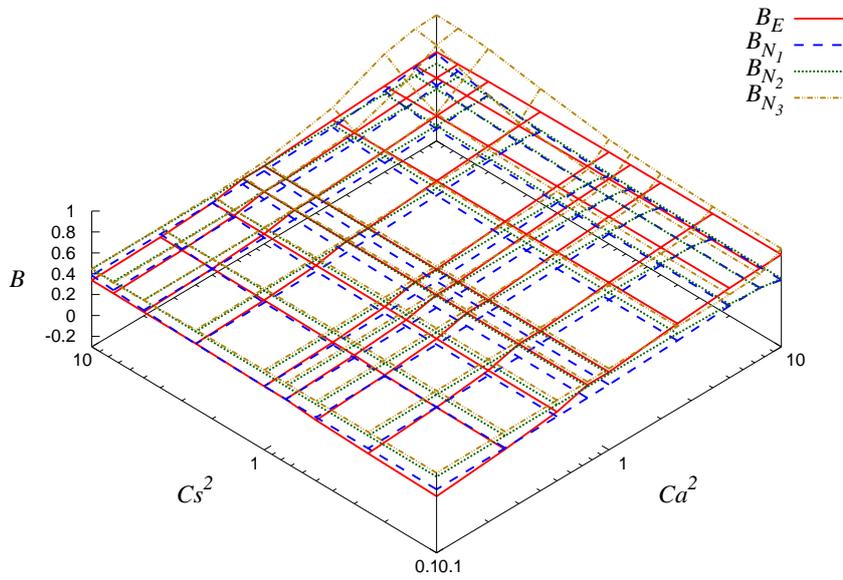


図 5.8: パラメータ構成④の場合における  $B$  (学習回数 200 回)

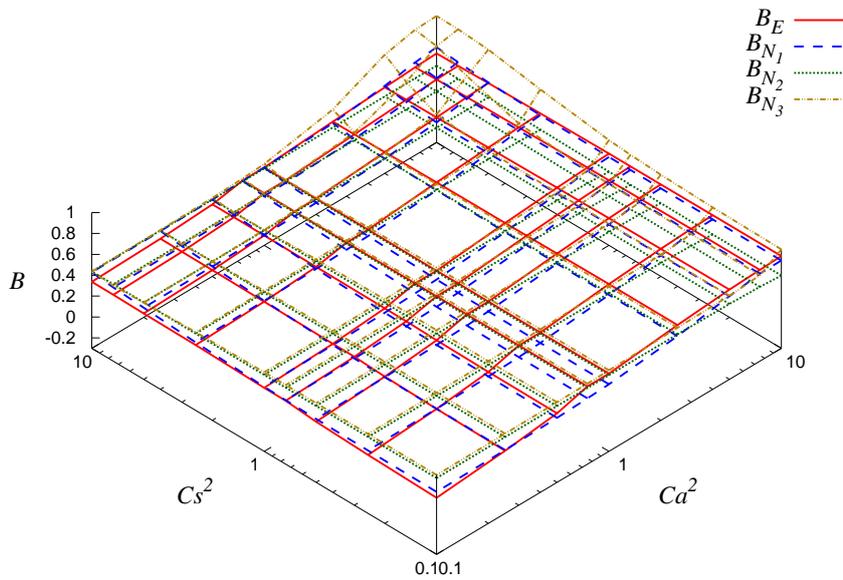


図 5.9: パラメータ構成④の場合における  $B$  (学習回数 1000 回)

#### 5.2.2.5 パラメータ構成⑤のケース

パラメータ構成⑤で規定される GI/G/s/s システムの  $B$  を図 5.10, 5.11 に示す。図 5.10 は学習回数が 200 回の場合を、図 5.11 は学習回数が 1000 回の場合の性能評価結果を示している。

図 5.10 において、 $B_{N_1}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $B_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $B_{N_2}, B_{N_3}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $B_E$  とあまり一致しなかった。

図 5.11 においても、図 5.10 と同様の傾向が見られた。

#### 5.2.2.6 パラメータ構成⑥のケース

パラメータ構成⑥で規定される GI/G/s/s システムの  $B$  を図 5.12, 5.13 に示す。図 5.12 は学習回数が 200 回の場合を、図 5.13 は学習回数が 1000 回の場合の性能評価結果を示している。

図 5.12 において、 $B_{N_1}$  は  $Ca^2, Cs^2$  が増加するにつれて  $B_E$  と一致しなくなる傾向が見られた。 $B_{N_2}, B_{N_3}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず  $B_E$  とあまり一致しなかった。

図 5.13 においても、図 5.12 と同様の傾向が見られた。

### 5.3 性能評価結果の誤差検証

本節ではまず、 $B_N$  の誤差指標とその検証方法を示す。次に、誤差指標を求め、誤差検証をおこなう。

#### 5.3.1 誤差指標とその検証方法

$B$  の値は待ち行列システムを規定するパラメータに応じて  $0 \leq B < 1$  の範囲で変動する。相対誤差を誤差指標とした場合、1 未満の値で除算するため、誤差が非常に大きな値で算出されてしまう。したがって、 $B_N$  の誤差は絶対誤差を誤差指標として検証する。誤差検証の手順は次のとおりである。

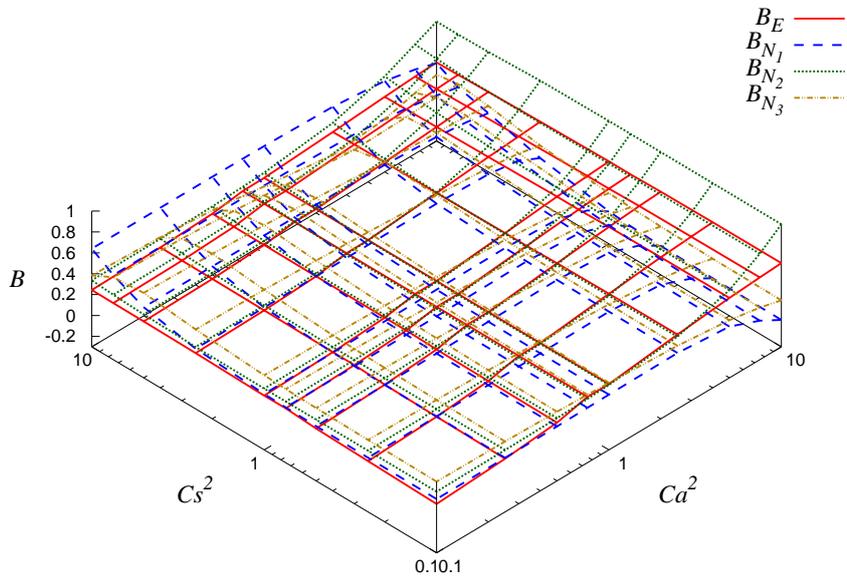


図 5.10: パラメータ構成⑤の場合における  $B$  (学習回数 200 回)

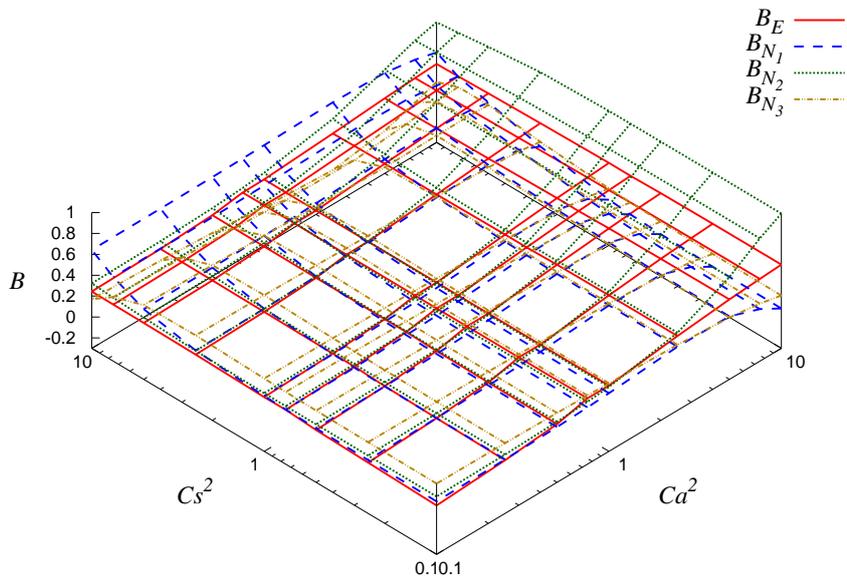


図 5.11: パラメータ構成⑤の場合における  $B$  (学習回数 1000 回)

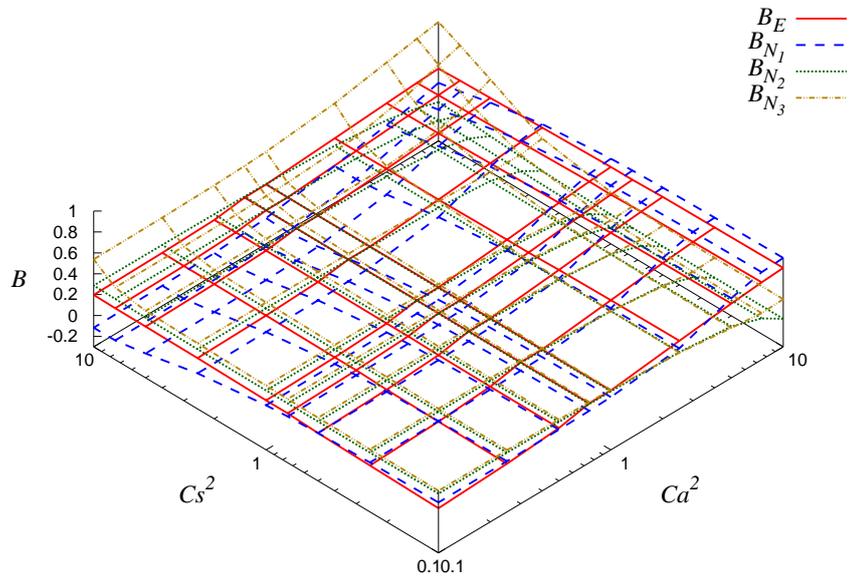


図 5.12: パラメータ構成⑥の場合における  $B$  (学習回数 200 回)

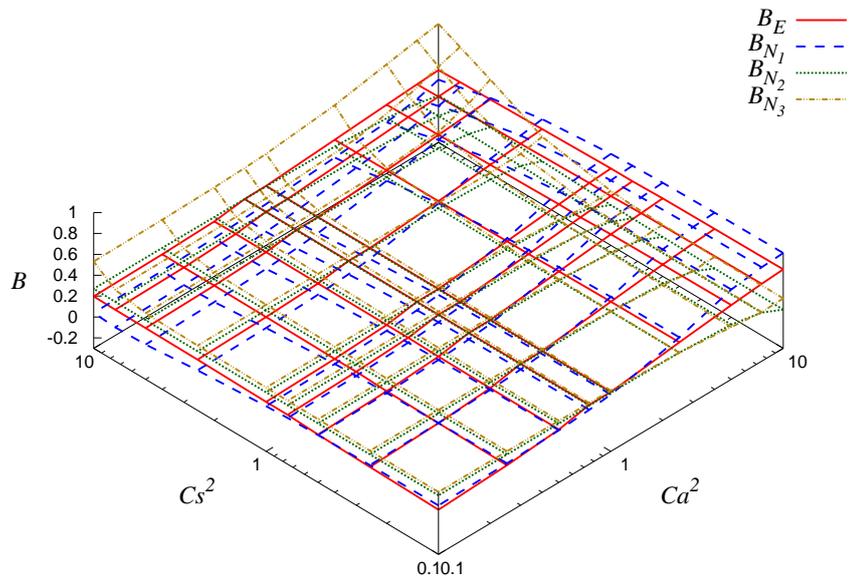


図 5.13: パラメータ構成⑥の場合における  $B$  (学習回数 1000 回)

1. 表 5.2 に示した GI/G/s/s システムのパラメータ構成を学習完了後の NN に入力して  $B_N$  を求める
2. 1 で入力したパラメータ構成で規定される GI/G/s/s システムの性能評価を計算機実験によりおこない,  $B_E$  を求める
3. 1 で求めた  $B_N$  と 2 で求めた  $B_E$  との絶対誤差を求める

1 では表 5.2 に示した GI/G/s/s システムのパラメータ構成を学習完了後の NN に入力して  $B_N$  を求める. 2 では 1 で入力したパラメータ構成で規定される GI/G/s/s システムの性能評価を計算機実験によりおこない,  $B_E$  を求める.  $B_E$  は複数回の計算機実験の平均値とする. 計算機実験は  $\lambda, Ca^2, \mu, Cs^2, s$  の組み合わせ 1 通りにつき 100 万回おこなう (ゆえに計算機実験は, パラメータ構成 1 種類につき, 合計  $81 \times 100$  万回おこなう). 3 では  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を求め, 一定の誤差 (絶対誤差 0.10 以下) で性能評価できたか確認する. なお絶対誤差は  $|B_N - B_E|$  で求める.

## 5.3.2 誤差検証結果

本節では  $B_N$  の誤差検証をおこなった結果を示す. 本論文では学習回数が 200 回の場合のみを示す. なお学習回数が 1000 回の場合でも, 200 回の場合とほぼ同様の結果となった.

### 5.3.2.1 パラメータ構成①のケース

パラメータ構成①で規定される GI/G/s/s システムの  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を図 5.14 に示す. 図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数,  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数,  $error$  は  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を示す. 図中のグラフは  $error \leq 0.10$  (絶対誤差 0.10 以下) の範囲のみを表示しており,  $error > 0.10$  の範囲は表示していない.

図 5.14 より,  $B_{N_1}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず, 全体的に  $error > 0.10$  となっている.  $B_{N_2}$  は  $Ca^2 \geq 1.0, Cs^2 \leq 1.0$  の範囲であれば, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている.  $B_{N_3}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず, 全体的に  $error > 0.10$  となっている.

### 5.3.2.2 パラメータ構成②のケース

パラメータ構成②で規定される GI/G/s/s システムの  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を図 5.15 に示す。図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数,  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数,  $error$  は  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を示す。図中のグラフは  $error \leq 0.10$  (絶対誤差 0.10 以下) の範囲のみを表示しており,  $error > 0.10$  の範囲は表示していない。

図 5.15 より,  $B_{N_1}$  は  $Ca^2, Cs^2 \leq 1.0$  の範囲であれば, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。  $B_{N_2}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。  $B_{N_3}$  は  $Ca^2 \geq 1.0$  の範囲であれば, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。

### 5.3.2.3 パラメータ構成③のケース

パラメータ構成③で規定される GI/G/s/s システムの  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を図 5.16 に示す。図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数,  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数,  $error$  は  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を示す。図中のグラフは  $error \leq 0.10$  (絶対誤差 0.10 以下) の範囲のみを表示しており,  $error > 0.10$  の範囲は表示していない。

図 5.16 より,  $B_{N_1}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。  $B_{N_2}$  は  $Ca^2 \leq 1.0, Cs^2 \geq 1.0$  の範囲であれば, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。  $B_{N_3}$  は  $Ca^2, Cs^2 \leq 1.0$  の範囲であれば, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。

### 5.3.2.4 パラメータ構成④のケース

パラメータ構成④で規定される GI/G/s/s システムの  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を図 5.17 に示す。図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数,  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数,  $error$  は  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を示す。図中のグラフは  $error \leq 0.10$  (絶対誤差 0.10 以下) の範囲のみを表示しており,  $error > 0.10$  の範囲は表示していない。

図 5.17 より,  $B_{N_1}$  は  $Ca^2 \leq 1.0, Cs^2 \geq 1.0$  の範囲であれば, おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。  $B_{N_2}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず, 全体的に

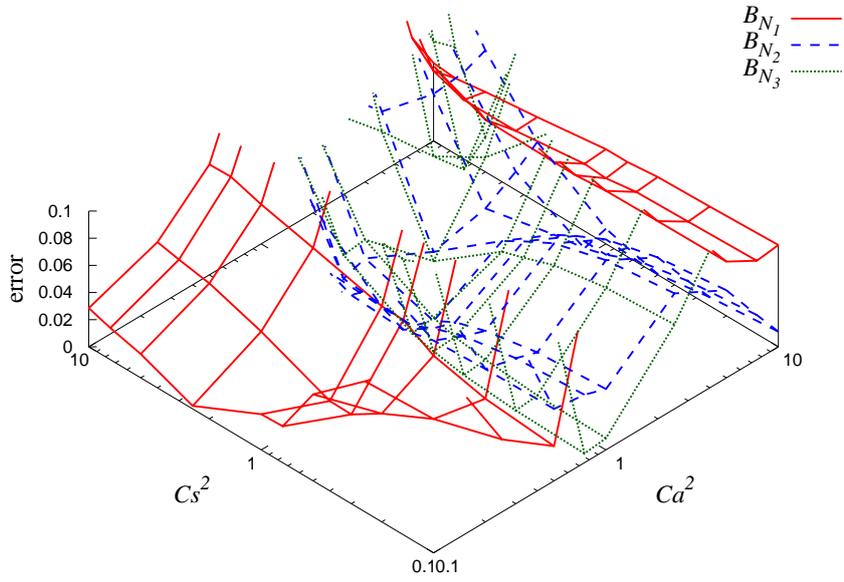


図 5.14:  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差 (パラメータ構成①, 学習回数 200 回)

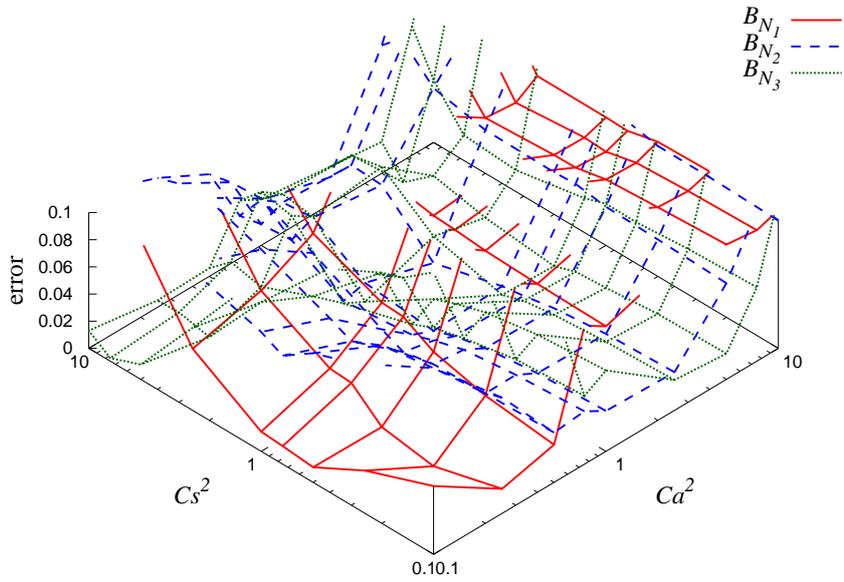


図 5.15:  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差 (パラメータ構成②, 学習回数 200 回)

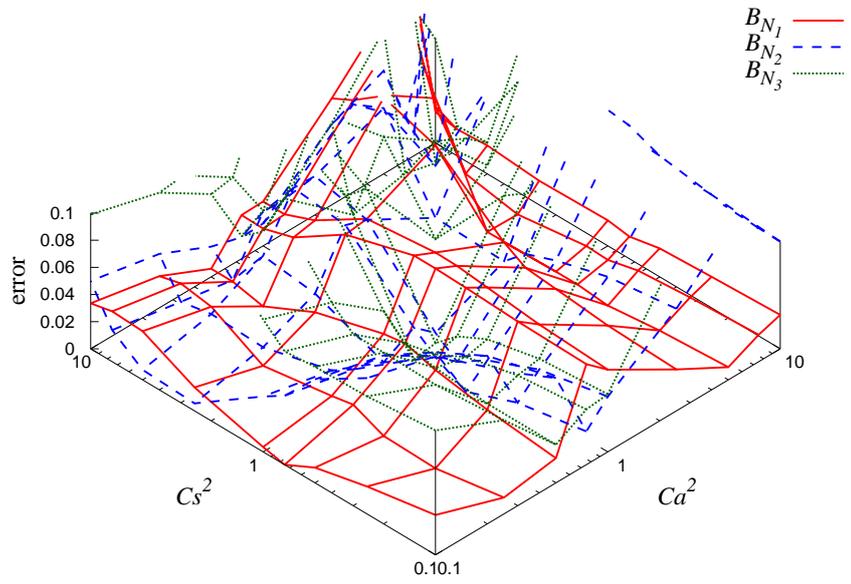


図 5.16:  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差 (パラメータ構成③, 学習回数 200 回)

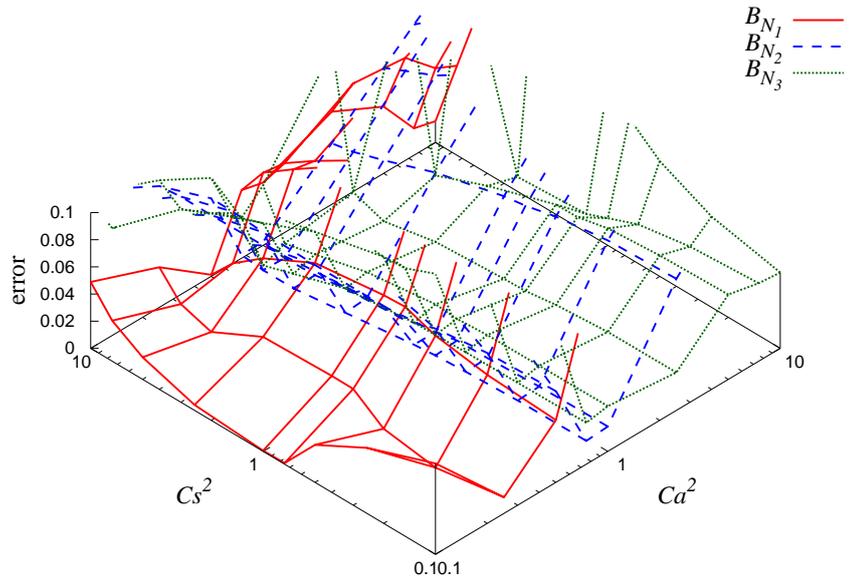


図 5.17:  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差 (パラメータ構成④, 学習回数 200 回)

$error > 0.10$  となっている。  $B_{N_3}$  は  $Ca^2 \leq 1.0, Cs^2 \leq 1.0$  の範囲であれば、おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。

### 5.3.2.5 パラメータ構成⑤のケース

パラメータ構成⑤で規定される GI/G/s/s システムの  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を図 5.18 に示す。 図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数、  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数、  $error$  は  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を示す。 図中のグラフは  $error \leq 0.10$  (絶対誤差 0.10 以下) の範囲のみを表示しており、  $error > 0.10$  の範囲は表示していない。

図 5.18 より、  $B_{N_1}$  は  $Ca^2, Cs^2 \leq 1.0$  の範囲であれば、おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。  $B_{N_2}$  は  $Ca^2 \leq 1.0$  の範囲であれば、おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。  $B_{N_3}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず、全体的に  $error > 0.10$  となっている。

### 5.3.2.6 パラメータ構成⑥のケース

パラメータ構成⑥で規定される GI/G/s/s システムの  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を図 5.19 に示す。 図中の  $Ca^2$  は到着間隔分布の平方変動係数、  $Cs^2$  は処理時間分布の平方変動係数、  $error$  は  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差を示す。 図中のグラフは  $error \leq 0.10$  (絶対誤差 0.10 以下) の範囲のみを表示しており、  $error > 0.10$  の範囲は表示していない。

図 5.19 より、  $B_{N_1}$  は  $Ca^2, Cs^2 \leq 1.0$  の範囲であれば、おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。  $B_{N_2}$  は  $Ca^2 \leq 1.0, Cs^2 \geq 1.0$  の範囲であれば、おおむね  $error \leq 0.10$  となっている。  $B_{N_3}$  は  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらず、全体的に  $error > 0.10$  となっている。

## 5.4 本章のまとめ

本節では 5.2.2, 5.3.2 節における評価結果の考察をおこなう。 また本節の最後に本章をまとめる。

結果から、  $Ca^2, Cs^2$  がある一定の範囲内であれば、おおむね誤差 0.10 以下で性能評価できた。 また、パラメータ構成②、すなわち  $\rho = 0.5, s = 2$

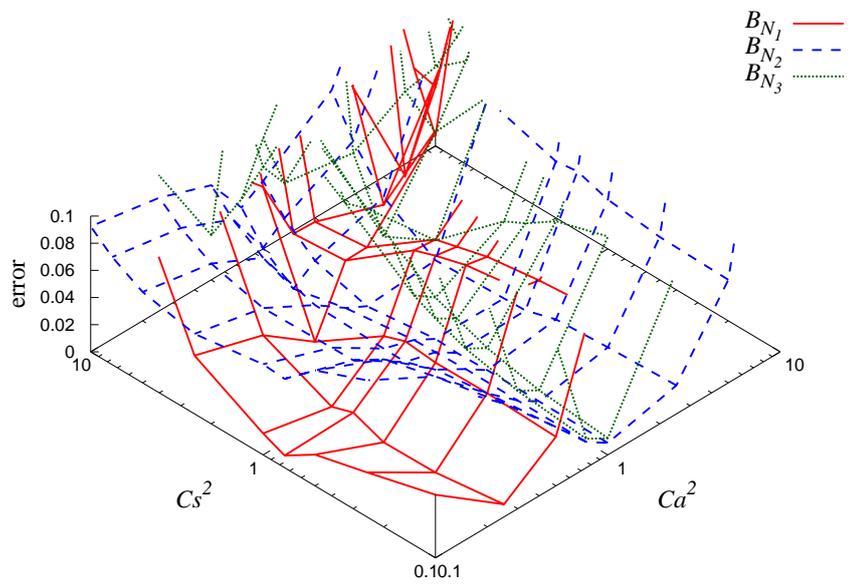


図 5.18:  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差 (パラメータ構成⑤, 学習回数 200 回)

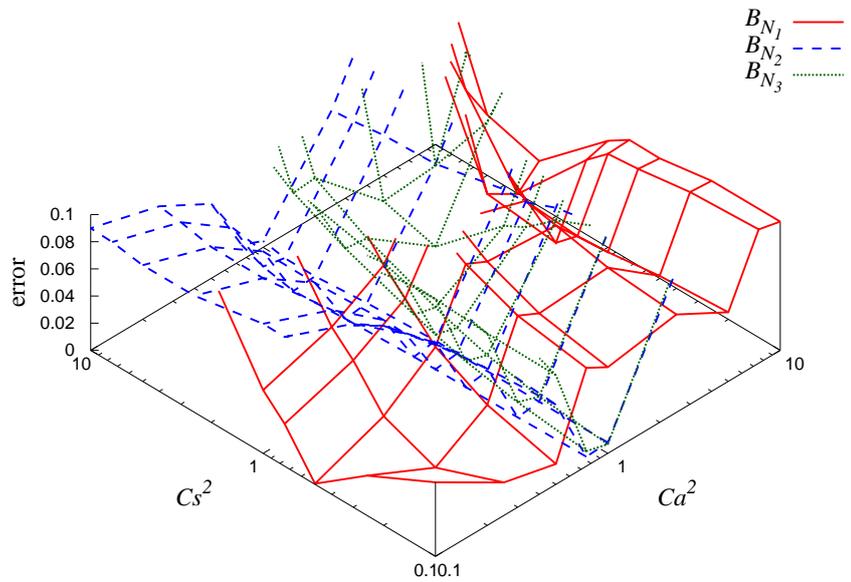


図 5.19:  $B_N$  と  $B_E$  との絶対誤差 (パラメータ構成⑥, 学習回数 200 回)

の GI/G/s/s システムについては  $Ca^2, Cs^2$  の大小によらずおおむね誤差 0.10 以下できた。

パラメータ構成②以外の GI/G/s/s システムをさらに高い精度で性能評価するためには、より大きい値の  $Ca^2, Cs^2$  を学習データとして使用することが考えられる。今回学習データとして使用した  $Ca^2, Cs^2$  は最大でも 2.0 であった。したがって、2.0 より大きい値の  $Ca^2, Cs^2$  を学習データとして使用すれば、 $Ca^2, Cs^2 > 1.0$  の範囲も誤差 0.10 以下で性能評価できる可能性があるといえる。

学習回数については、200 回の場合でも 1000 回の場合でもほぼ同様の結果となった。図 5.20, 5.21 に、NN の学習における損失の減少具合を示す。なおここで用いた NN はパラメータ構成①である GI/G/s/s システムの性能評価に In1 を学習データとして用いたものである。

各図における横軸は学習回数を、縦軸は損失を表している。図 5.20 は学習回数が 200 回の場合を、図 5.21 は学習回数が 1000 回の場合の損失の減少具合を示している。どちらの図も学習終了時には損失がほぼ 0 になっていることがわかる。なお学習データに In1 を使用した場合以外でも同様の結果が得られた。そのため学習回数が 200 回でも 1000 回でも、性能評価結果に差は生じにくいといえる。

最後に本章をまとめる。本章では、第 3 章の性能評価手順に従って GI/G/s/s システムの性能評価をおこなった。また、性能評価結果の誤差検証をおこなった。誤差検証結果から、GI/G/s/s システムのパラメータ構成にもよるが、一定の精度で GI/G/s/s システムの性能評価をおこなえることがわかった。

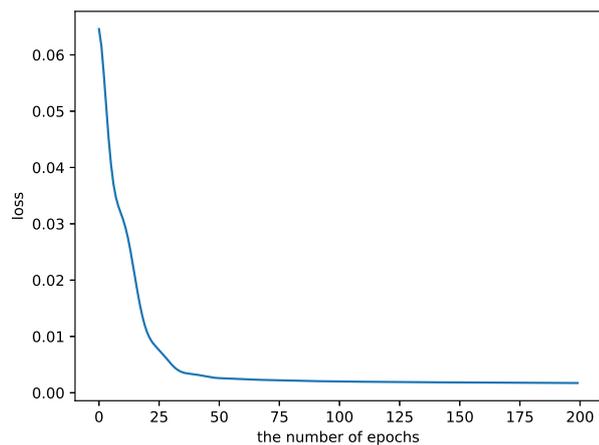


図 5.20: 学習における損失の減少 (学習回数 200 回)

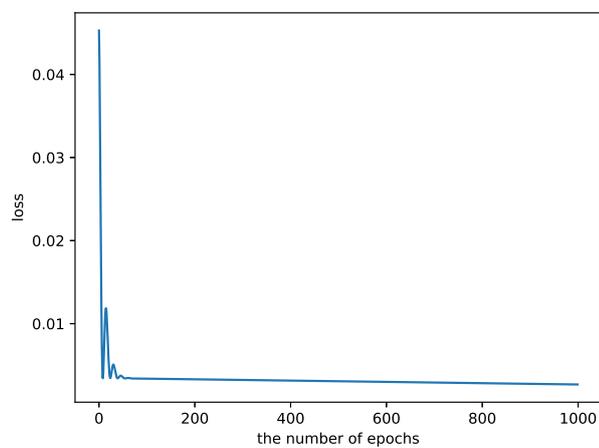


図 5.21: 学習における損失の減少 (学習回数 1000 回)



## 第6章 結論

本研究では、計算機実験における問題を改善するために、待ち行列理論に基づくパラメータが明確であるという条件の下で、機械学習を用いた一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価をおこなった。また、機械学習により得られた性能評価結果の誤差検証をおこない、一定の精度で一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価ができるか検証した。

以下、本論文で述べた内容と本研究で得られた主要な知見を要約し、今後の研究課題と展望を述べることによって本論文の結論とする。

2章では、性能評価対象とする一般トラヒック型待ち行列システムについて述べた。具体的には、GI/G/sシステムとGI/G/s/sシステムを性能評価対象とすることを述べた。さらに、GI/G/sシステムおよびGI/G/s/sシステムを規定するパラメータについて説明した。

3章では、機械学習による一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価手順について述べた。性能評価手順で利用する機械学習はNNであることを説明し、性能評価手順がGI/G/sシステムおよびGI/G/s/sシステムの性能評価で共通に利用できるものであることを説明した。そして、性能評価手順の詳細を説明した。

4章では、3章で述べた性能評価手順に従ってGI/G/sシステムの性能評価をおこなった。また、性能評価結果の誤差検証をおこない、一定の精度で性能評価がおこなえるかどうかを検証した。誤差検証の結果、GI/G/sシステムのパラメータ構成にもよるが、一定の精度で性能評価をおこなえることがわかった。

5章では、3章で述べた性能評価手順に従ってGI/G/s/sシステムの性能評価をおこなった。また、性能評価結果の誤差検証をおこない、一定の精度で性能評価がおこなえるかどうかを検証した。誤差検証の結果、GI/G/sシステムの場合と同様、GI/G/s/sシステムのパラメータ構成にもよるが、一定の精度で性能評価をおこなえることがわかった。

機械学習による一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価における

今後の課題として、大きく4つがあげられる。(1)はGI/G/sシステムとGI/G/s/sシステムの誤差指標が異なっていた点である。(2)は機械学習による性能評価において、誤差が大きい箇所があった点である。(3)は機械学習にNN以外を利用していなかった点である。(4)はシステム容量 $K$ が有限( $s < K$ )の有限長待ち行列システムGI/G/s/K(以下、「GI/G/s/Kシステム」)の性能評価をおこなっていなかった点である。

(1)についてはGI/G/sシステムとGI/G/s/sシステムの統一的な誤差指標を検討したい。(2)については、学習データとする $Ca^2, Cs^2$ を本研究で使用したものと異なるものにするのが考えられる。本研究で使用した $Ca^2, Cs^2$ はすべて2.0以下であったため、今後は2.0より大きい値を学習データとして使用することを検討したい。(3)については、NN以外で本研究の目的を達成できそうな機械学習があるかどうか調査したい。(4)については、GI/G/s/Kシステムは平均システム内時間、損失率のどちらも性能指標とすることができるため、何を性能指標にするかを検討した上で本研究の性能評価手順を利用して性能評価をおこないたい。

最後に本研究の応用先として考えられるものを述べる。従来のネットワークシステム的设计では解析解の存在するM/M/sシステムやM/M/s/sシステムが一般的に利用されてきた[2]。しかし、ネットワークシステムにおける到着間隔分布や処理時間分布が指数分布に従うとは限らないため、GI/G/sシステムやGI/G/s/sシステムをネットワークシステム設計に利用できないか検討したい。

他には、産業用ロボットの遠隔操作におけるQoS制御があげられる[76]。このQoS制御では、ロボットへの入力とネットワークの遅延の関係を推測することが重要である。この推測に、本研究で利用した性能評価手順が応用できないか検討したい。

## 謝辞

本研究は、愛知県立大学情報科学部情報科学科の奥田隆史教授のご指導のもとにおこなわれました。奥田教授からは研究室配属された同大学3年次より、懇切なるご指導とご助言をいただくとともに、格別なるご配慮により同大学大学院博士後期課程より社会人学生となった私の研究活動を支えていただきました。ここに深く感謝申し上げます。

また、本論文の審査にあたっては、村上和人教授、田学軍准教授、神谷幸宏准教授から貴重なご指摘やご助言をいただきました。この場をお借りしまして、心より御礼申し上げます。

さらに、同時期に奥田研究室に所属されていた宇都宮陽一氏、内田君子氏、勝幹雄氏、加藤翔冴氏、田中秀明氏、林秀和氏、井手広康氏、富山侑子氏、三賀本直也氏、伊神聖人氏、キルカット・イエフリ氏、森友哉氏、宇野颯人氏、鈴木一輝氏、五十嵐響氏、石原弘将氏、片桐一憲氏、坂下航平氏、兵藤悠也氏、大藤哲平氏、千田隼輔氏、饒波正也氏、丸山龍誠氏、川越光氏、畔柳太一氏、高木健斗氏、脇田拓弥氏、安井一真氏、工藤友泰氏、平松葵衣氏にはしばしば議論を交わす中で多くの刺激をいただくと共に御協力頂きました。この場をお借りしまして、厚く御礼申し上げます。

そして、勤務先の高城一晃代表取締役社長、渡邊力夫取締役相談役、林晃弘常務取締役、梅岡孝全常務取締役、幸島大作取締役、佐宗禎之取締役をはじめとする役員の皆様には社会人と学生を両立することをご承認いただくとともに、格別なるご配慮により私の研究活動を支えていただきました。この場をお借りしまして、心より感謝申し上げます。

他にも、勤務先の上司や同僚、大学の友人の丹羽悠介氏、千田悠貴氏、天野剛志氏、自分に関わる多くの人たちから研究を進めるに当たって惜しみないご協力とご支援をいただきました。この場をお借りしまして、深く御礼申し上げます。

最後に、これまで研究生生活を支えてくれた父親の勝、母親のあゆみ、弟の建、祖父の邦男、祖母のよね子に心から感謝します。



## 参考文献

- [1] 高橋幸雄, 森村英典, 『混雑と待ち』, 朝倉書店, 2009.
- [2] 村上泰司, 『わかりやすい情報交換工学』, 森北出版, 2009.
- [3] Intel, “What Is Intel® Turbo Boost Technology?”, <https://www.intel.com/content/www/us/en/gaming/resources/turbo-boost.html>, 参照, Jan, 2021.
- [4] J. Charles, P. Jassi, N. Ananth, A. Sadat, and A. Fedorova, “Evaluation of the Intel® Core™ i7 Turbo Boost feature”, 2009 IEEE International Symposium on Workload Characterization (IISWC), pp. 188–197, 2009.
- [5] 高橋敬隆, 山本尚生, 吉野秀明, 戸田彰, 『わかりやすい待ち行列システム —理論と実践—』, 電子情報通信学会, 2003.
- [6] 高橋幸雄, “講座 待ち行列研究の新しい潮流 (1) 待ち行列研究の変遷”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 43, No. 9, pp. 495–499, 1998.
- [7] 高橋幸雄, “やさしい待ち行列 (1)-図で考える待ち行列”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 40, No. 11, pp. 649–654, 1995.
- [8] 吉岡良雄, 『待ち行列と確率分布 —情報システム解析への応用—』, 森北出版, 2004.
- [9] 高橋幸雄, “やさしい待ち行列 (2)-等間隔運転は待ちを減らす”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 40, No. 12, pp. 716–721, 1995.
- [10] 高橋幸雄, “やさしい待ち行列 (3)-ランダムネスと待ち時間”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 41, No. 1, pp. 35–40, 1996.

- [11] 川島幸之助監修, 塩田茂雄, 河西憲一, 豊泉洋, 会田雅樹著, 『待ち行列理論の基礎と応用』, 共立出版, 2014.
- [12] 河西憲一, “状態依存形の待ち行列モデルとサービスシステムへの応用”, 電子情報通信学会誌, Vol. 100, No. 4, pp. 253–258, 2017.
- [13] 藤田靖征, 村田正幸, 宮原秀夫, “Web サーバシステムのモデル化と性能評価”, 電子情報通信学会論文誌 B, Vol. 82, No. 3, pp. 347–357, 1999.
- [14] S. Chen, Y. Sun, U. C. Kozat, L. Huang, P. Sinha, G. Liang, X. Liu, and N. B. Shroff, “When Queueing Meets Coding: Optimal-Latency Data Retrieving Scheme in Storage Clouds”, IEEE INFOCOM 2014 - IEEE Conference on Computer Communications, pp. 1042–1050, 2014.
- [15] C. Huang and T. Kuo, “Queueing-Theory-Based Models for Software Reliability Analysis and Management”, IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing, Vol. 5, No. 4, pp. 540–550, 2017.
- [16] F. Metzger, T. Hofffeld, A. Bauer, S. Kounev, and P. E. Heegaard, “Modeling of Aggregated IoT Traffic and Its Application to an IoT Cloud”, Proceedings of the IEEE, Vol. 107, No. 4, pp. 679–694, 2019.
- [17] 高橋豊, “通信系における待ち行列問題”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 33, No. 5, pp. 211–214, 1988.
- [18] 滝根哲哉, 村田正幸, “通信網における待ち行列”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 43, No. 5, pp. 264–271, 1998.
- [19] 笠原正治, “待ち行列理論と情報システム性能評価”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 59, No. 4, pp. 191–197, 2014.
- [20] 新熊亮一, 岩井孝法, 里田浩三, “5G 研究のための IoT トラヒックモデル”, 電子情報通信学会論文誌 B, Vol. J101-B, No. 5, pp. 310–319, 2018.

- [21] J. Sztrik, “Queueing Theory and its Applications, A Personal View”, Proceedings of the 8th International Conference on Applied Informatics Eger, Vol. 1, pp. 9–30, 2010.
- [22] J. F. C. Kingman, “On the Algebra of Queues”, Journal of Applied Probability, Vol. 3, No. 2, pp. 285–326, 1966.
- [23] 増山博之, “構造化マルコフ連鎖の切断誤差評価”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 59, No. 11, pp. 671–677, 2014.
- [24] 宮沢政清, “待ち行列と私の研究 —理論研究の可能性—”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 60, No. 1, pp. 34–40, 2015.
- [25] 逆瀬川浩孝, “待ち行列における近似モデル”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 25, No. 12, pp. 784–800, 1980.
- [26] 木村俊一, “拡散近似 —その考え方と有用性—”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 26, No. 4, pp. 197–204, 1981.
- [27] 黄重陽, 塩田茂雄, “マルコフ連鎖と待ち行列モデルを組み合わせた無線 LAN 用性能評価モデル”, 電子情報通信学会論文誌 B, Vol. J95-B, No. 2, pp. 119–129, 2012.
- [28] 高橋敬隆, “5 群-1 編-3 章 拡散近似法 (非マルコフモデル近似式導出法)”, 電子情報通信学会「知識ベース」, pp. 1–10, 2010.
- [29] 山田博司, “5 群-1 編-6 章 シミュレーション”, 電子情報通信学会「知識ベース」, pp. 1–16, 2008.
- [30] 嶋田佳明, “汎用シミュレーションシステムの紹介”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 65, No. 4, pp. 200–205, 2020.
- [31] 国沢清典, 本間鶴千代監修, 待ち行列研究会編, 『応用待ち行列事典』, 廣川書店, 1971.
- [32] 杉山将, “機械学習入門”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 57, No. 7, pp. 353–359, 2012.

- [33] O. Simeone, “A Very Brief Introduction to Machine Learning With Applications to Communication Systems”, IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, Vol. 4, No. 4, pp. 648–664, 2018.
- [34] 神嶌敏弘, “変わりゆく機械学習と変わらない機械学習”, 日本物理学会誌, Vol. 74, No. 1, pp. 5–13, 2019.
- [35] 小沢利久, “長期依存性/自己相似性を持つトラヒックのモデル”, システム/制御/情報, Vol. 43, No. 3, pp. 117–122, 1999.
- [36] 逆瀬川浩孝, “待ち行列現象のシミュレーション分析”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 59, No. 4, pp. 198–204, 2014.
- [37] 奥田隆史, マニマラン・アントニー, 田所嘉昭, “ニューラルネットワークによる一般トラヒックモデル GI/G/s の性能評価”, 電子情報通信学会論文誌 B, Vol. J76-B1, No. 10, pp. 730–733, 1993.
- [38] 河原吉伸, “構造的な事前情報を用いた機械学習：構造正則化と劣モジュラ性”, 情報処理, Vol. 54, No. 7, pp. 734–740, 2013.
- [39] 田中英夫, “可能性回帰分析”, 日本ファジィ学会誌, Vol. 5, No. 6, pp. 1260–1272, 1993.
- [40] 矢野正基, 大賀隆裕, 大西正輝, “深層学習を用いた画像識別タスクの精度向上テクニック”, 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J102-D, No. 2, pp. 34–52, 2019.
- [41] 宮川尚紀, “シミュレーション解析における機械学習の展開可能性”, みずほ情報総研技報, Vol. 9, No. 1, pp. 1–3, 2018.
- [42] 福田治久, “多変量回帰分析：科学論文を読み解くための基礎知識”, 日本環境感染学会誌, Vol. 29, No. 4, pp. 240–255, 2014.
- [43] V. Vapnik and A. Lerner, “Pattern recognition using generalized portrait method”, Automation and Remote Control, Vol. 24, pp. 774–780, 1963.

- [44] T. Cover and P. Hart, “Nearest neighbor pattern classification”, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 13, No. 1, pp. 21–27, 1967.
- [45] J. R. Quinlan, “Induction of Decision Trees”, Machine Learning, Vol. 1, pp. 81–106, 1986.
- [46] 福島邦彦, “位置ずれに影響されないパターン認識機構の神経回路モデル—ネオコグニトロン—”, 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J62-A, No. 10, pp. 658–665, 1979.
- [47] D. Rumelhart, G. Hinton, and R. J. Williams, “Learning representations by back-propagation errors”, Nature, Vol. 323, pp. 533–536, 1986.
- [48] Y. LeCun, Y. Bengio, and G. Hinton, “Deep Learning”, Nature, Vol. 521, pp. 436–444, 2015.
- [49] 笹川隆史, 古月敬之, 平澤宏太郎, “教師あり学習・教師なし学習・強化学習を複合した brain-like 学習システム”, 電気学会論文誌 C (電子・情報・システム部門誌), Vol. 126, No. 9, pp. 1165–1172, 2006.
- [50] 有村博紀, “大規模データストリームのためのマイニング技術の動向”, 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J88-D1, No. 3, pp. 563–575, 2005.
- [51] S. J. Sheather, “Density Estimation”, Stastical Science, Vol. 19, No. 4, pp. 588–597, 2004.
- [52] J. Macqueen, “Some methods for classification and analysis of multivariate observations”, Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Vol. 1, pp. 281–297, 1967.
- [53] J. H. Ward, “Hierarchical grouping to optimize an objective function”, Journal of American Statistical Association, Vol. 58, No. 301, pp. 236–244, 1963.

- [54] 坂野鋭, “パターン認識における主成分分析–顔画像認識を例として–”, 統計数理, Vol. 49, No. 1, pp. 23–42, 2001.
- [55] D. Lee and H. Seung, “Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization”, Nature, Vol. 401, pp. 788–791, 1999.
- [56] D. Lee and H. Seung, “Algorithms for Non-negative Matrix Factorization”, Advances in Neural Information Processing Systems, Vol. 13, pp. 535–541, 2001.
- [57] I. Goodfellow, J. Pouget-Abadie, M. Mirza, B. Xu, D. Warde-Farley, S. Ozair, A. Courville, and Y. Bengio, “Generative Adversarial Nets”, Advances in Neural Information Processing Systems 27, pp. 2672–2680, 2014.
- [58] 木村元, 宮崎和光, 小林重信, “強化学習システムの設計指針”, 計測と制御, Vol. 38, No. 10, pp. 618–623, 1999.
- [59] 牧野貴樹, “実用化する強化学習研究”, 生産研究, Vol. 66, No. 3, pp. 305–308, 2014.
- [60] 敵見達夫, “強化学習”, 人工知能学会誌, Vol. 9, No. 6, pp. 830–836, 1994.
- [61] R. S. Sutton and A. G. Barto, *Reinforcement Learning: An Introduction*, The MIT Press, 2018.
- [62] C. Watkins, *Learning from Delayed Rewards*, Cambridge University, 1989.
- [63] V. Mnih, K. Kavukcuoglu, D. Silver, A. Graves, I. Antonoglou, D. Wierstra, and M. Riedmiller, “Playing Atari with Deep Reinforcement Learning”, NIPS Deep Learning Workshop, 2013.
- [64] V. Mnih, K. Kavukcuoglu, D. Silver, A. Rusu, J. Veness, M. Belle-mare, A. Graves, M. Riedmiller, A. Fidjeland, G. Ostrovski, S. Petersen, C. Beattie, A. Sadik, I. Antonoglou, H. King, D. Kumaran, D. Wierstra, S. Legg, and D. Hassabis, “Human-level control

- through deep reinforcement learning”, *Nature*, Vol. 518, pp. 529–533, 2015.
- [65] A. Bartolini, M. Lombardi, M. Milano, and L. Benini, “Optimization and Controlled Systems: A Case Study on Thermal Aware Workload Dispatching”, *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence*, Vol. 1, pp. 427–433, 2012.
- [66] MathWorks, <https://jp.mathworks.com/>, 参照, Nov, 2020.
- [67] D. Gross, J. F. Shortle, J. M. Thompson, and C. M. Harris, *Fundamentals of Queueing Theory*, John Wiley & Sons, 2008.
- [68] 秋丸春夫, 川島幸之助, 『情報通信トラヒック —基礎と応用—』, オーム社, 1990.
- [69] K. Funahashi, “On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Networks”, *Neural Networks*, Vol. 2, No. 3, pp. 183–192, 1989.
- [70] 鈴木大慈, “統計的学習理論とその深層学習への応用”, *応用数理*, Vol. 28, No. 4, pp. 172–177, 2018.
- [71] Mesquite Software, <http://www.mesquite.com/>, 参照, Jan, 2020.
- [72] 高木英明, 『サービスサイエンスことはじめ: 数理モデルとデータ分析によるイノベーション』, 筑波大学出版会, 2014.
- [73] V. G. Kulkarni, *Introduction to Modeling and Analysis of Stochastic Systems*, Springer, 2011.
- [74] 田村進一, “ニューラルネットワーク計算入門”, *Medical Imaging Technology*, Vol. 9, No. 4, pp. 393–398, 1991.
- [75] Preferred Networks, <https://chainer.org>, 参照, Jan, 2020.
- [76] KAKEN, “複数の利用者とロボット間における力覚フィードバックを用いた協調作業の高度化”, <https://kaken.nii.ac.jp/ja/grant/KAKENHI-PROJECT-18K11261/>, 参照, Jan, 2021.



## 付録

### A M/G/1 システムの解析解 (平均システム内時間)

M/G/1 システムの平均待ち時間 (客が待ち行列システムに到着してからサーバで処理が開始されるまでに平均でかかる時間) $W_q$  はポラチェック・ヒンチンの公式

$$W_q = \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1 + Cs^2}{2} \frac{1}{\mu} \quad (\text{A.1})$$

で与えられる [68]. これより M/G/1 システムの平均システム内時間 (客が待ち行列システムに到着してからサーバを出ていくまでに平均でかかる時間) $W$  は

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (\text{A.2})$$

で求められる [2].

### B GI/M/s システムの解析解 (平均システム内時間)

GI/M/s システムの平均待ち時間  $W_q$  は

$$W_q = \frac{\Pi_s}{s\mu(1-\omega)^2} \quad (\text{B.1})$$

で求められる [68]. ここで,  $\Pi_s$  は

$$\Pi_s = \left[ \frac{1}{1-\omega} + \sum_{r=1}^s \binom{s}{r} \frac{s[1-\alpha(r\mu)]-r}{[s(1-\omega)-r][1-\alpha(r\mu)]} \prod_{i=1}^r \frac{1}{\phi(i\mu)} \right]^{-1} \quad (\text{B.2})$$

である。また、到着間隔分布の LST(ラプラス - スティルチェス変換) を  $\alpha(\theta)$  とすると、 $\omega$  は

$$\omega = \alpha([1 - \omega]s\mu) \quad (\text{B.3})$$

の根で、反復代入法で求められる。さらに、 $\phi(\theta)$  は

$$\phi(\theta) = \frac{\alpha(\theta)}{1 - \alpha(\theta)} \quad (\text{B.4})$$

である。以上より、GI/M/s システムの平均システム内時間  $W$  は式 (B.1) を式 (A.2) に代入して求められる。

## C 確率分布と平方変動係数

定理 1 :

一定分布は  $Ca^2, Cs^2 = 0$  で規定される。

定理 1 の証明 :

一定分布の確率質量関数は次式で定義される [68].

$$P(X) = \begin{cases} 1(X = \lambda, \lambda \in \mathbb{R}) \\ 0(X \neq \lambda) \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

$P(X)$  の平均値を  $E[X]$ , 2 次モーメントを  $E[X^2]$ , 分散を  $V[X]$  とすると

$$\begin{aligned} E[X] &= \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(X = x_i) \\ &= \lambda P(X = \lambda) + \sum_{x_i \neq \lambda}^{\infty} x_i P(X = x_i) \\ &= \lambda \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

$$\begin{aligned} E[X^2] &= \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 P(X = x_i) \\ &= \lambda^2 P(X = \lambda) + \sum_{x_i \neq \lambda}^{\infty} x_i^2 P(X = x_i) \end{aligned}$$

$$= \lambda^2 \tag{C.3}$$

$$\begin{aligned} V[X] &= E[(X - E[X])^2] \\ &= E[X^2] - (E[X])^2 \\ &= \lambda^2 - (\lambda)^2 \\ &= 0 \end{aligned} \tag{C.4}$$

となる. 式 (2.1) に  $V[X]$  と  $E[X]$  を代入すると

$$\begin{aligned} Ca^2, Cs^2 &= \frac{0}{\lambda^2} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{C.5}$$

となる. □

**定理 2 :**

$k$  次のアーラン分布は  $0 < Ca^2, Cs^2 < 1$  かつ  $Ca^2, Cs^2 = k^{-1}$  で規定される.

**定理 2 の証明 :**

$k$  次のアーラン分布の確率密度関数は次式で定義される [68].

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\lambda^k}{(k-1)!} x^{k-1} e^{-\lambda x} \\ k &\in \mathbb{N}, \lambda > 0 \end{aligned} \tag{C.6}$$

$f(x)$  の平均値を  $E[X]$ , 2次モーメントを  $E[X^2]$ , 分散を  $V[X]$  とすると

$$\begin{aligned} E[X] &= \int_0^\infty x f(x) dx \\ &= \int_0^\infty x \frac{\lambda^k}{(k-1)!} x^{k-1} e^{-\lambda x} dx \\ &= \frac{\lambda^k}{(k-1)!} \int_0^\infty x^k e^{-\lambda x} dx \\ &= \frac{\lambda^k}{(k-1)!} \left\{ \left[ -\frac{1}{\lambda} x^k e^{-\lambda x} \right]_0^\infty + \int_0^\infty \frac{k}{\lambda} x^{k-1} e^{-\lambda x} dx \right\} \\ &= \frac{\lambda^k}{(k-1)!} \left\{ \left[ -\frac{k}{\lambda^2} x^{k-1} e^{-\lambda x} \right]_0^\infty + \int_0^\infty \frac{k(k-1)}{\lambda^2} x^{k-2} e^{-\lambda x} dx \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\lambda^k}{(k-1)!} \left[ -\frac{k!}{\lambda^{k+1}} e^{-\lambda x} \right]_0^\infty \\
&= \frac{k}{\lambda}
\end{aligned} \tag{C.7}$$

$$\begin{aligned}
E[X^2] &= \int_0^\infty x^2 f(x) dx \\
&= \int_0^\infty x^2 \frac{\lambda^k}{(k-1)!} x^{k-1} e^{-\lambda x} dx \\
&= \frac{\lambda^k}{(k-1)!} \int_0^\infty x^{k+1} e^{-\lambda x} dx \\
&= \frac{\lambda^k}{(k-1)!} \left\{ \left[ -\frac{1}{\lambda} x^{k+1} e^{-\lambda x} \right]_0^\infty + \int_0^\infty \frac{k+1}{\lambda} x^k e^{-\lambda x} dx \right\} \\
&= \frac{\lambda^k}{(k-1)!} \left\{ \left[ -\frac{k+1}{\lambda^2} x^k e^{-\lambda x} \right]_0^\infty + \int_0^\infty \frac{(k+1)k}{\lambda^2} x^{k-1} e^{-\lambda x} dx \right\} \\
&= \frac{\lambda^k}{(k-1)!} \left[ -\frac{(k+1)!}{\lambda^{k+2}} e^{-\lambda x} \right]_0^\infty \\
&= \frac{(k+1)k}{\lambda^2}
\end{aligned} \tag{C.8}$$

$$\begin{aligned}
V[X] &= E[(X - E[X])^2] \\
&= E[X^2] - (E[X])^2 \\
&= \frac{(k+1)k}{\lambda^2} - \left( \frac{k}{\lambda} \right)^2 \\
&= \frac{k}{\lambda^2}
\end{aligned} \tag{C.9}$$

となる。式(2.1)に  $V[X]$  と  $E[X]$  を代入すると

$$\begin{aligned}
Ca^2, Cs^2 &= \frac{\frac{k}{\lambda^2}}{\left( \frac{k}{\lambda} \right)^2} \\
&= \frac{1}{k} \\
&= k^{-1}
\end{aligned} \tag{C.10}$$

となる。  $k \in \mathbb{N}$  であるから

$$0 < k^{-1} \leq 1 \tag{C.11}$$

となる。なお  $k = 1$  のときは指数分布と一致するため、 $k \neq 1$  を仮定して整理すると

$$0 < k^{-1} < 1 \quad (\text{C.12})$$

となる。ゆえに

$$0 < Ca^2, Cs^2 < 1 \quad (\text{C.13})$$

となる。

□

**定理 3 :**

指数分布は  $Ca^2, Cs^2 = 1$  で規定される。

**定理 3 の証明 :**

指数分布の確率密度関数は次式で定義される [68].

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (\text{C.14})$$

$$\lambda > 0$$

$f(x)$  の平均値を  $E[X]$ , 2次モーメントを  $E[X^2]$ , 分散を  $V[X]$  とすると

$$\begin{aligned} E[X] &= \int_0^{\infty} x f(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx \\ &= \lambda \left\{ \left[ -\frac{1}{\lambda} x e^{-\lambda x} \right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} dx \right\} \\ &= \lambda \left[ -\frac{1}{\lambda^2} e^{-\lambda x} \right]_0^{\infty} \\ &= \frac{1}{\lambda} \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

$$\begin{aligned} E[X^2] &= \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} x^2 \lambda e^{-\lambda x} dx \\ &= \lambda \left\{ \left[ -\frac{1}{\lambda} x^2 e^{-\lambda x} \right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{2}{\lambda} x e^{-\lambda x} dx \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lambda \left[ -\frac{2}{\lambda^3} e^{-\lambda x} \right]_0^\infty \\
&= \frac{2}{\lambda^2}
\end{aligned} \tag{C.16}$$

$$\begin{aligned}
V[X] &= E[(X - E[X])^2] \\
&= E[X^2] - (E[X])^2 \\
&= \frac{2}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \\
&= \frac{1}{\lambda^2}
\end{aligned} \tag{C.17}$$

となる. 式 (2.1) に  $V[X]$  と  $E[X]$  を代入すると

$$\begin{aligned}
Ca^2, Cs^2 &= \frac{\frac{1}{\lambda^2}}{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2} \\
&= 1
\end{aligned} \tag{C.18}$$

となる. □

定理 4 :

2 次の超指数分布は  $Ca^2, Cs^2 > 1$  で規定される.

定理 4 の証明 :

超指数分布の確率密度関数は次式で定義される [68].

$$\begin{aligned}
f(x) &= p\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 x} \\
0 < p < 1, \lambda_1, \lambda_2 > 0
\end{aligned} \tag{C.19}$$

$f(x)$  の平均値を  $E[X]$ , 2 次モーメントを  $E[X^2]$ , 分散を  $V[X]$  とすると

$$\begin{aligned}
E[X] &= \int_0^\infty x f(x) dx \\
&= \int_0^\infty x \{ p\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 x} \} dx \\
&= p\lambda_1 \int_0^\infty x e^{-\lambda_1 x} dx + (1-p)\lambda_2 \int_0^\infty x e^{-\lambda_2 x} dx \\
&= p\lambda_1 \left\{ \left[ -\frac{1}{\lambda_1} x e^{-\lambda_1 x} \right]_0^\infty + \int_0^\infty \frac{1}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 x} dx \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (1-p)\lambda_2 \left\{ \left[ -\frac{1}{\lambda_2} x e^{-\lambda_2 x} \right]_0^\infty + \int_0^\infty \frac{1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 x} dx \right\} \\
& = p\lambda_1 \left[ -\frac{1}{\lambda_1^2} e^{-\lambda_1 x} \right]_0^\infty + (1-p)\lambda_2 \left[ -\frac{1}{\lambda_1^2} e^{-\lambda_2 x} \right]_0^\infty \\
& = p\lambda_1 \frac{1}{\lambda_1^2} + (1-p)\lambda_2 \frac{1}{\lambda_2^2} \\
& = \frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2} \tag{C.20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E[X^2] & = \int_0^\infty x^2 f(x) dx \\
& = \int_0^\infty x^2 \{ p\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 x} \} dx \\
& = p\lambda_1 \int_0^\infty x^2 e^{-\lambda_1 x} dx + (1-p)\lambda_2 \int_0^\infty x^2 e^{-\lambda_2 x} dx \\
& = p\lambda_1 \left\{ \left[ -\frac{1}{\lambda_1} x^2 e^{-\lambda_1 x} \right]_0^\infty + \int_0^\infty \frac{2}{\lambda_1} x e^{-\lambda_1 x} dx \right\} \\
& + (1-p)\lambda_2 \left\{ \left[ -\frac{1}{\lambda_2} x^2 e^{-\lambda_2 x} \right]_0^\infty + \int_0^\infty \frac{2}{\lambda_2} x e^{-\lambda_2 x} dx \right\} \\
& = p\lambda_1 \frac{2}{\lambda_1^3} + (1-p)\lambda_2 \frac{2}{\lambda_2^3} \\
& = \frac{2p}{\lambda_1^2} + \frac{2(1-p)}{\lambda_2^2} \tag{C.21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V[X] & = E[(X - E[X])^2] \\
& = E[X^2] - (E[X])^2 \\
& = \frac{2p}{\lambda_1^2} + \frac{2(1-p)}{\lambda_2^2} - \left( \frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2} \right)^2 \\
& = 2 \left( \frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2} \right) - \left( \frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2} \right)^2 \tag{C.22}
\end{aligned}$$

となる。式(2.1)に  $V[X]$  と  $E[X]$  を代入すると

$$\begin{aligned}
Ca^2, Cs^2 & = \frac{2 \left( \frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2} \right) - \left( \frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2} \right)^2}{\left( \frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2} \right)^2} \\
& = 2 \frac{\left( \frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2} \right)}{\left( \frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2} \right)^2} - 1 \tag{C.23}
\end{aligned}$$

式 (C.23) が 1 より大きいことを証明するためには、式 (C.23) における

$$\frac{\left(\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2}\right)}{\left(\frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2}\right)^2} \quad (\text{C.24})$$

の分子が分母より大きいことを示せばよい。すなわち

$$\left(\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2}\right) - \left(\frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2}\right)^2 > 0 \quad (\text{C.25})$$

を示せば良い。式 (C.25) の左辺を整理すると

$$\begin{aligned} & \left(\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2}\right) - \left(\frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2}\right) - \left\{ \left(\frac{p}{\lambda_1}\right)^2 + 2\frac{p(1-p)}{\lambda_1\lambda_2} + \left(\frac{1-p}{\lambda_2}\right)^2 \right\} \\ &= \frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2} - \frac{p^2}{\lambda_1^2} - 2\frac{p-p^2}{\lambda_1\lambda_2} - \frac{1-2p+p^2}{\lambda_2^2} \\ &= \frac{p-p^2}{\lambda_1^2} + \frac{p-p^2}{\lambda_2^2} - 2\frac{p-p^2}{\lambda_1\lambda_2} \\ &= \frac{\lambda_2^2(p-p^2)}{\lambda_1^2\lambda_2^2} + \frac{\lambda_1^2(p-p^2)}{\lambda_1^2\lambda_2^2} - 2\frac{\lambda_1\lambda_2(p-p^2)}{\lambda_1^2\lambda_2^2} \\ &= \frac{(\lambda_1^2 - 2\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2)(p-p^2)}{\lambda_1^2\lambda_2^2} \\ &= \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2(p-p^2)}{\lambda_1^2\lambda_2^2} \\ &= \frac{p(1-p)(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{\lambda_1^2\lambda_2^2} \end{aligned} \quad (\text{C.26})$$

となる。  $0 < p < 1$  より式 (C.26) は

$$\frac{p(1-p)(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{\lambda_1^2\lambda_2^2} \geq 0 \quad (\text{C.27})$$

となる。なお  $\lambda_1 = \lambda_2$  のとき指数分布と一致するため、  $\lambda_1 \neq \lambda_2$  を仮定して整理すると

$$\frac{p(1-p)(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{\lambda_1^2\lambda_2^2} > 0 \quad (\text{C.28})$$

となる. よって式 (C.25) は示された. ゆえに式 (C.23) は

$$Ca^2, Cs^2 = 2 \frac{\left(\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2}\right)}{\left(\frac{p}{\lambda_1} + \frac{1-p}{\lambda_2}\right)^2} - 1 > 1 \quad (\text{C.29})$$

となる.

□



# 研究業績

## I 学術論文（査読付き）

- [1] 二井克, 奥田隆史, “機械学習を用いた即時型システム GI/G/s/s の性能評価”, 電気学会論文誌C (電子・情報・システム部門誌), Vol. 140, No. 3, pp. 354-363, 2020.
- [2] 二井克, 奥田隆史, “機械学習を用いた一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価”, 電気学会論文誌C (電子・情報・システム部門誌), Vol. 139, No. 1, pp. 98-105, 2019.

## II 国際会議（査読付き）

- [1] Suguru Nii, Takashi Okuda, Takuya Wakita, “A Performance Evaluation of Queueing Systems by Machine Learning”, 2020 IEEE International Conference on Consumer Electronics-Taiwan (IEEE 2020 ICCE-TW), 発表番号:I1-5, pp. 1-2, South Garden Hotel and Resorts, Taoyuan, Taiwan, 30 Sep 2020.
- [2] Suguru Nii, Takashi Okuda, Yutaka Ishibashi, “A Performance Evaluation of Finite Capacity Queueing Systems by Machine Learning”, 2019 IEEE International Conference on Consumer Electronics-Taiwan (IEEE 2019 ICCE-TW), 発表番号:I2-4, pp. 1-2, Evergreen Resort Hotel (Jiaosi), Yilan, Taiwan, 22 May 2019.
- [3] Suguru Nii, Takashi Okuda, “A Performance Evaluation of General Traffic Systems by Machine Learning”, 2018 IEEE International Conference on Consumer Electronics-Taiwan (IEEE 2018 ICCE-TW), 発表番号:A1-5, pp. 1-2, National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan, 19 May 2018.

### III 研究会

- [1] 二井克, 奥田隆史, 石橋豊, “機械学習による有限長待ち行列システム GI/G/s(K) の性能評価”, 電子情報通信学会技術研究報告 (情報ネットワーク), 発表番号:4, Vol. 118, No. 408, IN2018-75, pp. 19-24, 愛知県立大学サテライトキャンパス, 2019/1/21.

### IV 国内大会など (第一著者のもの)

- [1] 二井克, 奥田隆史, “機械学習を用いた待ち行列システムの性能評価”, 若手セミナー「ビッグデータ利活用のための情報通信と信号処理 第2回」, 発表番号:5, 愛知県立大学, 2020/3/9.
- [2] 二井克, 奥田隆史, “レジ担当者の生産性向上のためのレジにおける待ち行列制御手法の比較”, 若手セミナー「ビッグデータ利活用のための情報通信と信号処理 第1回」, 発表番号:8, 愛知県立大学, 2019/9/18.
- [3] 二井克, 奥田隆史, “機械学習による即時型システム GI/G/s/s の性能評価”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 SSOR 中部支部 2019, 発表番号:8, 蒲郡荘 (蒲郡市), 2019/8/29.
- [4] Suguru Nii, Takashi Okuda, “Queue Control at Checkouts with Improvement of Cashier’s Productivity”, Tokai-Section Joint Conference on Electrical, Electronics, Information, and Related Engineering (電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会 英語セッション), 発表番号:K3-8, p. 1, Meijo University, 2018/9/4.
- [5] 二井克, 宇都宮陽一, 奥田隆史, “機械学習による一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価”, 情報処理学会第80回全国大会, 発表番号:7T-02, pp. 225-226, 早稲田大学, 2018/3/15.
- [6] 二井克, 宇都宮陽一, 奥田隆史, “GI/G/s 型待ち行列システムの性能比較”, 平成 29 年度 (第 2 回) 電気学会東海支部若手セミナー「高

臨場感マルチメディアのための情報通信と信号処理」, 発表番号:5, 名古屋大学, 2018/3/6.

- [7] 二井克, 奥田隆史, “機械学習による GI/G/s 型待ち行列システムの性能評価”, 第 45 回日本 OR 学会中部支部研究発表会, 発表番号:2, pp. 1-4, 愛知県立大学サテライトキャンパス, 2018/3/3.
- [8] 二井克, 奥田隆史, “機械学習による一般トラヒック型待ち行列システムの性能評価に関する研究 —IoT システム設計のための—”, 平成 29 年度電子情報通信学会東海支部卒業研究発表会, 発表番号:A-2-1, p. 1, 名古屋工業大学, 2018/3/2.
- [9] 二井克, 宇都宮陽一, 奥田隆史, “最適停止規則を用いたセンサネットワークにおけるデータ送信タイミング”, 平成 29 年度 (第 1 回) 電気学会東海支部若手セミナー「高臨場感マルチメディアのための情報通信と信号処理」, 発表番号:6, 名古屋大学, 2017/9/11.
- [10] 二井克, 宇都宮陽一, 奥田隆史, “最適停止アルゴリズムを用いたフォグコンピューティングにおける代表値送信方法”, 平成 29 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会, 発表番号:E5-2, p. 1, 名古屋大学, 2017/9/8.
- [11] 二井克, 宇都宮陽一, 奥田隆史, “センサネットワークにおける最適停止規則を適用したデータ送信方法”, 中部オペレーションズ・リサーチ学会 SSOR 中部支部 2017, 発表番号:S7, 蒲郡荘 (蒲郡市), 2017/8/31.
- [12] 二井克, 加藤翔冨, 宇都宮陽一, 奥田隆史, “ヒューマノイド型ロボットの動作を利用した言語技術向上手法の検討”, 情報処理学会第 79 回全国大会, 発表番号:2ZE-06, pp. 885-886, 名古屋大学, 2017/3/16.

## V 国内大会など (第一著者以外のもの)

- [1] 脇田拓弥, 二井克, 奥田隆史, “機械学習による新聞株価欄を用いた株式市場の傾向分類”, 令和 2 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会, 発表番号:K2-3, p. 1, 愛知県立大学, 2020/9/3.

## VI 表彰

- [1] 平成 30 年度 電子情報通信学会東海支部 学生研究奨励賞 2019/6/11.
- [2] 計測自動制御学会中部支部 第 49 期支部賞学業優秀賞 2018/3/21.