

コンプトン散乱を用いた CT に対する逐次再構成法

情報科学研究科 小林 奈央

指導教員：戸田 尚宏

1 はじめに

X 線 CT は、近年コーンビーム化が進み、従来のファンビームに比べて、コーン角の増加に伴い散乱線の含有度も大きく増加している。このため、散乱線の影響が再構成画像にアーティファクト（虚像）を発生させる要因となり、医療診断に支障をきたすため、検出器にグリッドを装着し、散乱線を除去している。しかしながら、散乱線にも物体に関する情報が含まれていることから散乱線の除去は、散乱線が持つ物体の情報と被曝を無駄にしていると考えられる。古くから散乱線を利用する試みがなされてきたが、そうした中、1994 年に Norton が診断用 X 線の散乱のうち、ほとんどを占めるコンプトン散乱の物理的性質を利用した再構成を提案している [1]。この方法は、今後有望なモダリティを与えるものと考えられているが、極めて高いエネルギー分解能を持つことを前提としている。そこで、直接線のみを使う現行の X 線 CT で高い精度で再構成できることから普及している逐次再構成法を Norton の方法に導入できれば、現実的なエネルギー分解能の検出器でも再構成できる可能性があると考えられる。そこで、本研究では、O'Sullivan ら [2] によって提案された I-Divergence を評価量に持つ逐次近似法を導入する方法を提案し、数値実験により精度の検証を行う。

2 Norton による散乱線を用いた再構成法

単一エネルギー X 線がコンプトン散乱した場合、エネルギーの変化が生じる。入射エネルギーを $E^{(0)}$ 、散乱角を α 、 $k = E^{(0)}/mc^2$ 、静止エネルギー $mc^2 \cong 5.11keV$ とした場合、散乱後エネルギー E_α は式 (1) となる。式 (1) は散乱角 α が等しいならば検出器で測定されるエネルギーが同一であることを意味している。

$$E_\alpha = \frac{E^{(0)}}{1 + k(1 + \cos \alpha)}, 0 \leq \alpha \leq \pi \quad (1)$$

図 1 は、X 線源 (source) と検出器の座標 $(x_d, 0)$ 、散乱角 $(\pi - \alpha)$ によって一意に定まる円弧をパラメータによって定義したものである。ここで、 xy 平面上の点は原点からの極座標 (r, θ) で表すこととし、円弧のパラメータ ρ, ϕ は、円の半径と、円の中心への仰角である。

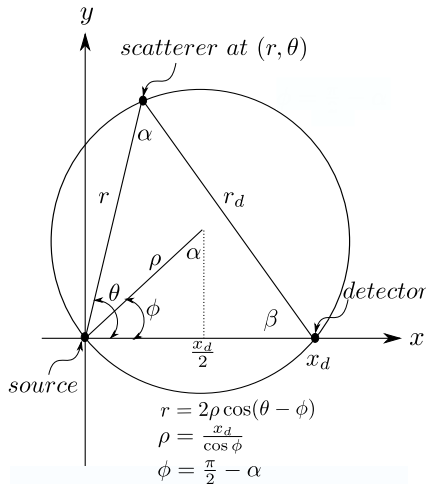


図 1 X 線源と散乱点，検出器で構成される円弧

この平面の x 軸上の点 $(x_d, 0)$ にエネルギー E_α のみの X 線強度 (光子数) を測定する検出器 (detector) を置く。エネルギー E_α の散乱線を発する点 (以下、散乱点とする) は、式 (1) 及び円周角の定理から、X 線源と検出器を弦の端点とする円弧上にのみ分布している。従って検出器はこれらの散乱点の散乱強度の総和を測定する。ただし、X 線源から散乱点、散乱点から検出器までの径路における X 線の減弱を考えないものとする。多チャンネルのエネルギー分析可能な検出器とフィルタ補正逆投影を用いることで回転走査の必要はなく、一方向からの照射による測定データから断層像を得ることが可能となる。ここで、投影データを $I(\rho, \phi)$ 、推定する散乱密度を $f(r, \theta)$ 、散乱角度依存の重み関数を $W(r, \theta; \rho, \phi)$ 、円が物体を横切る長さを dl とする。パラメータ ρ, ϕ に関して、投影データは式 (2) のように散乱密度の重み付き線積分として表される。

$$I(\rho, \phi) = \int_{C(\rho, \phi)} f(r, \theta) W(r, \theta; \rho, \phi) dl \quad (2)$$

ここで、積分経路 $C(\rho, \phi)$ 上の各点は $r = 2\rho \cos(\theta - \phi)$ に従うので、フィルタ逆投影は、 h を畳み込み関数である Shepp-Logan フィルタとすれば式 (3) のように表される。

$$f(r, \theta) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\rho_{max}} \rho d\rho \frac{I(\rho, \phi)}{W(r, \theta; \rho, \phi)} \times h[r - 2\rho \cos(\theta - \phi)] \quad (3)$$

以下、この方法をコンプトン散乱断層再構成法 Compton scattering tomography (CST) と呼ぶ。

3 逐次近似法

逐次近似再構成法は、初期値としての再構成像を設定し、その再構成像に対し計算機上で投影したデータと実際の投影データとの間で比較して、両者が一致するように再構成像を逐次修正していく方法である。ここでは、直接線による CT について、O'Sullivan ら [2] によって提案された I-Divergence を評価量に持つ逐次近似法 (以下、I-Divergence 法) の原理を説明する。この方法は、以下の反復式を用いて逐次的に再構成データを算出する。処理の流れは、 k ステップ目の減弱係数 $\mu(x)$ について、計算機により得られる投影データ $q(\tau)$ を求め、

$$\tilde{b}_k(x) = \sum_{\tau \in T} d(\tau, x) p(\tau) \quad (4)$$

$$\hat{b}_k(x) = \sum_{\tau \in T} d(\tau, x) q(\tau) \quad (5)$$

を計算する。ただし、 $p(\tau)$ は実際の投影データであり、 $d(\tau, x)$ は、測定位置 τ と撮像空間の点 x により決定される重み関数である。この値を利用し、

$$\mu^{(k+1)}(x) = \mu^{(k)}(x) - \frac{1}{B_k(x)} \log \left(\frac{\tilde{b}_k(x)}{\hat{b}_k(x)} \right) \quad (6)$$

により $k+1$ ステップ目の減弱係数 $\mu^{(k+1)}(x)$ を求める。ここで、 $B_k(x)$ は、スケーリングパラメータであり定数である。

以上の手順を式 (7) の I-Divergence が十分小さくなるまで反復して再構成を行う。

$$I_{div} = \sum_{\tau \in T} \left(p(\tau) \log \frac{p(\tau)}{q(\tau)} - p(\tau) + q(\tau) \right) \quad (7)$$

4 提案する再構成法

本研究では、CST のフィルタ逆投影による再構成を I-Divergence を用いた逐次近似法に置き換える方法を提案する。I-Divergence 法を導入する際に直接線用の減弱係数の更新式を散乱線用に変更する必要がある。入射 X 線強度を I_0 、測定される直接線の X 線強度を I 、散乱線の強度を I_s とすると $I_s = I_0 - I$ と表すことができる。このことから直接線と散乱線では減弱係数の更新が逆方向になるので、式 (6) の対数の係数を正とすればよい。散乱強度 (電子密度) を $f(r, \theta)$ とすると、更新は式 (8) のより行われる。

$$f^{(k+1)}(r, \theta) = f^{(k)}(r, \theta) + \frac{1}{B_k(x)} \log \left(\frac{\tilde{b}_k(x)}{\tilde{b}_k(x)} \right) \quad (8)$$

4.1 数値実験

数値実験では、再構成する断層像の画素数を 128×128 [pixel] とし、対象物として、Shepp-Logan ファントムを用いる。入射 X 線エネルギーは、単色エネルギーを仮定し、エネルギーは 90 keV から 140 keV を様々な段階で分析できるエネルギー分析検出器を 2048 個想定し、一列に並べる。光子数は、 10^2 と 10^5 の 2 通りで再構成を行う。

エネルギー分解能 1 keV としたときの提案法における I-Divergence の推移が図 2 である。反復回数は、I-Divergence の値が十分収束した 100 万回とする。評価基準である I-Divergence の値は、反復回数を重ねるごとに単調減少していることが確認できる。

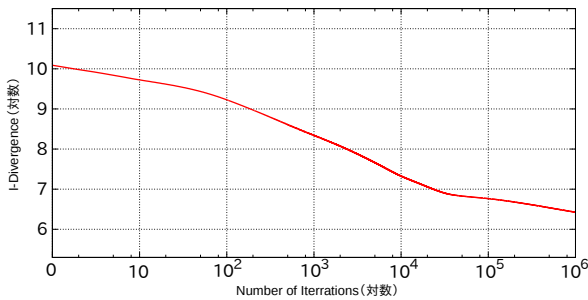


図 2 エネルギー分解能 1 keV, 光子数 10^5

図 3 から図 6 は、エネルギー分解能 1 keV として、CST と提案法における再構成像である。各方法での再構成像を比較すると、画像の劣化を抑えることができている。また、光子数が多くなると画像の精度が良くなっていることが確認できる。すなわち、X 線 CT の実現可能な条件であるエネルギー分解能 1 keV を想定した場合でも、提案法での再構成像の精度が格段に良くなっていることがわかる。

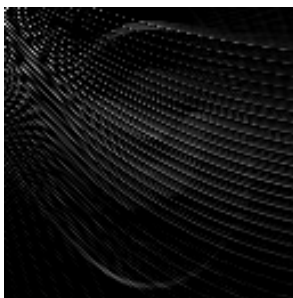


図 3 CST, 光子数 10^2

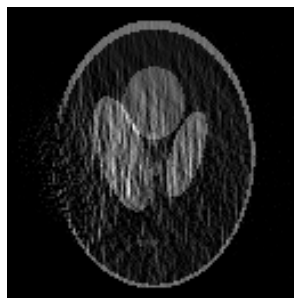


図 4 提案法, 光子数 10^2

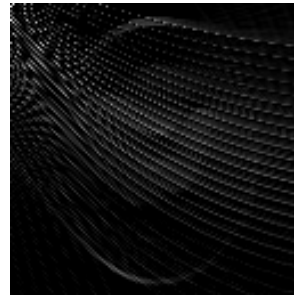


図 5 CST, 光子数 10^5



図 6 提案法, 光子数 10^5

エネルギー分解能を 100 eV から 5 keV まで 7 種類の検出器を想定したときの各方法での再構成像と真の断層像の比較として、相関係数を図 7 と 8 に示す。相関係数は、全てのエネルギー分解能において CST の場合よりも提案法が高い値をとり、提案法の有効性が示された。

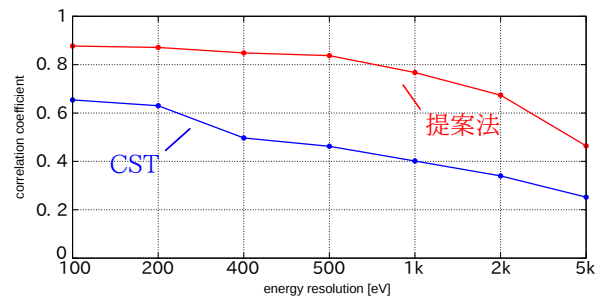


図 7 エネルギー分解能に対する相関係数の推移 (光子数 10^2)

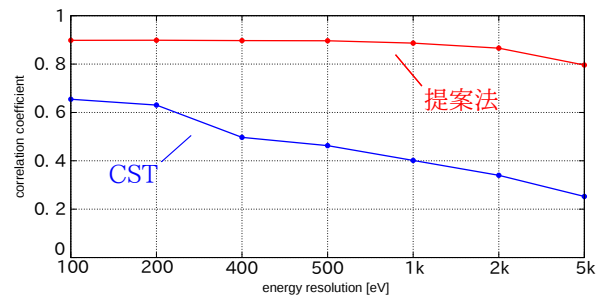


図 8 エネルギー分解能に対する相関係数の推移 (光子数 10^5)

5 おわりに

本研究では、Norton の方法に I-Divergence を用いた逐次近似法を導入することで現実的なエネルギー分解能の検出器でも再構成できると考え、数値実験による検証を行った。その結果、提案法を用いることで、従来の Norton の方法よりも再構成精度が良くなり、実現可能なエネルギー分解能でも再構成できた。

今後は、実際の状況をさらに忠実に再現したモンテカルロ・シミュレーションによる評価を行う必要がある。

参考文献

- [1] Stephen J. Norton: "Compton scattering tomography", Journal of Applied Physics, 1994
- [2] J.A.O'Sullivan and J.Benac: "Alternating Minimization Algorithms for Transmission Tomography", IEEE Trans.Med.Imaging, Vol.26, No.3, pp.283-297, 2007