

純粋状態信号に対する量子準最適受信機の幾何学的表現

情報科学科 五十川 翔梧

指導教員：白田 毅

1 はじめに

近年の情報通信技術では、光通信を用いた高速化が進められている。しかし、電磁波の周波数に比例して、量子雑音による影響が大きくなる。量子雑音の影響を抑制し、信号の状態を正確に識別するために、良い量子測定を用いることが重要である。

代表的な量子測定として、BWSRM(Belavkin weighted square-root measurement)[1]がある。BWSRMは理論上有用な測定であり、様々な議論がなされてきたが、どの程度広いクラスといえるかなどの詳細については、これまで目が向けられてこなかった。BWSRMをさらに有効に活用するためにはもっと深く理解すべきと考え、本研究では、純粋状態信号に対するBWSRMの幾何学的表現を行い、考察する。

2 BWSRM

量子測定は、正作用素値測定(positive operator-valued measure: POVM) $M = \{M_j \mid j = 1, 2, \dots, n\}$ を用いて表される。各 M_j は決定作用素と呼ばれ、以下の条件を満たす。

$$\sum_{j=1}^n M_j = I, \quad M_j \geq 0 \quad (1)$$

ただし、 I は恒等作用素である。純粋状態信号を $\rho_j = |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$ とすると、BWSRMの決定作用素は次のように定義される。

$$M_j = |\mu_j\rangle\langle\mu_j| \quad (2)$$

$$|\mu_j\rangle = W_j^{1/2} \left(\sum_{\ell} W_{\ell} |\psi_{\ell}\rangle\langle\psi_{\ell}| \right)^{-1/2} |\psi_j\rangle \quad (3)$$

ただし、 W_j は Belavkin weight と呼ばれる重みである。量子状態 $|\psi_i\rangle$ と $|\mu_j\rangle$ (これは測定量子状態と呼ばれる) の内積がグラム行列 Γ の平方根の (i, j) 成分に等しいことから SRM(square-root measurement) と命名され、それに重みが加わった拡張版として、BWSRMとなった。重みが一定値をとるとき、通常の SRM となるので、BWSRM は SRM の一般化したものである。

3 BWSRM の幾何学的表現

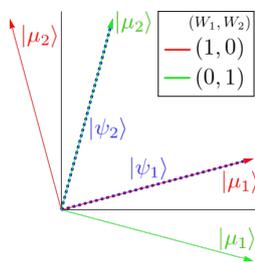


図1 2元純粋状態信号に対するBWSRM

Hilbert空間における正規直交基底として、通常のSRMを考え、その座標系でBWSRMを表現する。受信信号を $\{|\psi_j\rangle \mid j = 1, 2, \dots, n\}$ 、測定量子状態を $\{|\mu_j\rangle \mid j = 1, 2, \dots, n\}$ とすると、受信信号が2元純粋状態信号の場合 ($n = 2$) は図1、3ASKコヒーレント状態信号の場合 ($n = 3$) は図2のようになる。各図

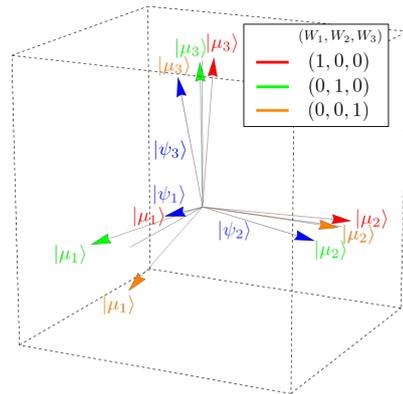


図2 3ASKコヒーレント状態信号に対するBWSRM

は極端な重みでの測定量子状態を表しており、BWSRMは重みを変えることで、添え字が等しい測定量子状態どうしの間を動くようなイメージとなる。

各図より、BWSRMは重みが両極端であるとき、測定量子状態と受信信号の量子状態が一致している。このことからBWSRMは、BPSKコヒーレント状態信号に対する準最適受信機である、Kennedy受信機[2]と類似性を持つことが考えられる。

また、重みを変えることで、添え字が等しい測定量子状態どうしの間を動くことから、信号が直交に近いときは1つの測定を表すSRMとなること、信号が平行に近づくほどカバーする範囲が広がることが考えられる。よって、BWSRMは信号によってカバーする範囲が異なるような測定であることがいえる。

4 まとめ

本稿では、BWSRMの特性を理解するため、2種類の純粋状態信号についてBWSRMの幾何学的表現を行った。結果として、BWSRMは、両極端な重みで、測定量子状態が受信信号の量子状態に一致することや、信号によってカバーする範囲が異なることが明らかとなった。

参考文献

- [1] J. Tyson, "Error rates of Belavkin weighted quantum measurements and a converse to Holevo's asymptotic optimality theorem," *Phys. Rev.* **A79**, 032343, (2009).
- [2] R. S. Kennedy, "A near-optimum receiver for the binary coherent state quantum channel," *Quarterly Progress Report No.108*, Research Lab. of Electronics, M.I.T., pp.219-225, (1973).

公表論文

1. 五十川, 中川, 王, 白田, 令和2年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会, J4-5, (2020).
2. 五十川, 中川, 王, 白田, 第18回情報学ワークショップ, S-2C-3, (2020).
3. 五十川, 中川, 王, 白田, 電子情報通信学会情報理論研究会, IT2020-42, pp.101-105, (2020).