Qiskit による量子一括復号回路のシミュレーション

情報科学科　竹内 将太　　　指導教員：臼田 毅

1　はじめに

光通信システムの性能を向上させるために，原理的に取り除けない量子雑音について着目した．量子効果を考慮した量子通信理論を使うことで，通常の通信理論にはない通信性能の向上を達成できる．測定については量子一括測定があり，この測定は量子計算を用いることにより実現される．量子一括測定を行う量子回路（量子一括復号回路）は 1998 年に佐々木らによって示された [1].

本稿では，[1] で述べられた量子一括復号回路を Qiskit によって記述することを目的とする．

2　量子一括測定の実現

佐々木らが示した量子一括測定の実現方法について述べる．このとき，符号語状態により張られる空間の正規直交基底の一つとして $\{|\omega_1\rangle\cdots|\omega_M\rangle\}$ がある．n 次拡大 $\mathcal{H}_l^{\otimes n}$ から符号語として選択されなかった状態を $|S_{M+1}\rangle,\ldots,|S_{2^n}\rangle$ とする．次に，$\{|\omega_i\rangle \mid i=1,2,\ldots,M\}$ に，シュミットの直交化によって得られる $|\omega_i\rangle$ $(i=M+1,\ldots,2^n)$ を加え，n 次拡大 $\mathcal{H}^{\otimes n}$ の正規直交系を構成する．そして，行列 $\mathbf{B}$ を $\mathbf{B}_{ij}=\langle\omega_i|S_j\rangle$ として定義する．レター状態を識別するような，測定を表す基底 $\{|a\rangle,|b\rangle\}$ を考え (例えば計算基底など)，そのテンソル積により n 次拡大 $\mathcal{H}_l^{\otimes n}$ の基底を構成する．したがって，これらの基底は積状態となっている．そして構成した $\mathcal{H}_l^{\otimes n}$ の基底から，M 個の $|A_1\rangle,|A_2\rangle,\ldots,|A_M\rangle$ を選択し，残りを $|A_{M+1}\rangle,\ldots,|A_{2^n}\rangle$ とする．ここで，A は情報源アルファベットである．このとき，行列 $\mathbf{C}$ を $\mathbf{C}_{ij}=\langle A_j|S_i\rangle$ として定義する．C は符号語である．$|A_i\rangle$ と $|\omega_i\rangle$ を繋ぐ，$|\omega_i\rangle=\hat{U}|A_i\rangle$ を満たすユニタリ作用素 $\hat{U}$ $(i=1,2,\ldots,2^n)$ が次式によって与えられる．

$$\hat{U}:=\sum_{i,j}^{2^n}u_{ji}|A_j\rangle\langle A_i|,\quad u_{ji}:=(\mathbf{B}^{-1}\mathbf{C})_{ij}. \tag{1}$$

1. 受信量子状態に対してユニタリ作用素 $\hat{U}$ を適用する．
2. 個別測定を行う．量子コンピュータ上で上記のユニタリ作用素を実行するためには，量子回路で表現する必要がある．つまり高々 1, 2 量子ビットに作用するユニタリ作用素の積で表現する必要がある．文献 [1] では，文献 [2] にて提案されたアルゴリズムを使うことで，$\hat{U}=\hat{T}_{[2,1]}\hat{T}_{[3,1]}\ldots\hat{T}_{[2^n,2^n-2]}\hat{T}_{[2^n,2^n-1]}$ というように U(2) 内の作用素の積に分解している．最適な量子一括測定を行ったときの誤り率 (最小誤り率)$\mathrm{P_e^{(opt)}}$ は次式によって与えられる．

$$P_{\mathrm{e}}^{(\mathrm{opt})}:=1-\sum_{i=1}^{M}\zeta_i\left|\langle S_i|U^\dagger|A_i\rangle\right|^2. \tag{2}$$

3　数値シミュレーション

Qiskit を用いて量子一括復号回路を実装し $\kappa=0.1,0.5,0.9$ それぞれの値でシミュレーションを行った．ここで，κ は内積を表す．具体的には，固定された κ の値それぞれで，各受信量子状態について，量子一括復号回路の実行を $N=10000$ 回行った．これらのシミュレーションでは，$\{|\uparrow\rangle,|\downarrow\rangle\}$ を計算基底 $\{|0\rangle,|1\rangle\}$ に $|0\rangle=|\uparrow\rangle,|1\rangle=|\downarrow\rangle$ というようにして対応させた．また，入力確率は簡単のため等確率とした．

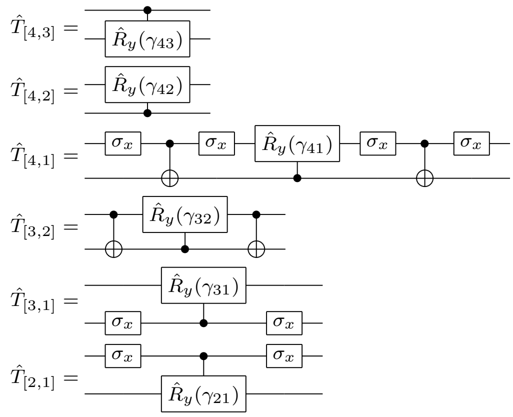

図 1　各ユニタリ作用素 $\hat{T}_{[j,i]}$ の量子回路図

Table1　符号長が 2 の場合における $\kappa=0.1,0.5,0.9$ における最小誤り率の値

κ	理論値	実験値
0.1	0.0000250006	0.000100000
0.5	0.0158771	0.0150000
0.9	0.206785	0.205400

4　おわりに

Qiskit による実装と数値シミュレーションを行った．そして，その量子回路が，最適な量子一括測定を実現していることを確認した．今後の課題としては，より大規模な量子一括復号を表す量子回路の実装と，数値シミュレーションを行うこと，また量子回路の簡単化の検討などが挙げられる．

参考文献

[1] M. Sasaki, T.S. Usuda, M. Izutsu, and O. Hirota, “Realization of a collective decoding of code-word states,” Phys. Rev. **A** 58, pp.159-164, (1998).

[2] M. Reck, A. Zeilinger, H.J Bernstein, and P. Bertani, “Experimental realization of any discrete unitary operator,” Phys. Rev. Lett. **73**, 1, pp.58–61, (1994).

公表論文

1. 竹内，王，高比良，臼田，令和 2 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会，J4-8，(2020).