

IBM 量子コンピュータによる量子最適受信機の実証実験

権 熙旭 指導教員：白田 毅

1 はじめに

従来の量子実験はプロの中のプロが行うものであり、素人が真似することはできないとされていた。しかし、量子コンピュータの実装とウェブ上で量子コンピュータを利用することが可能となり、誰でも量子実験を行うことが可能となった。また、小規模の計算で良ければ、ネット上で無料で量子コンピュータを使うこともできる。本研究では、Barnett らが行った偏光測定による量子最適受信機の実験 [1] を量子コンピュータ上で行う。さらに、シミュレーションと実際量子コンピュータ実機で行った結果を Barnett らの実験の結果と比較し、考察する。

2 Barnett らの偏光測定による量子最適受信機実験

Barnett らは以下の Helstrom 限界式に基づいて、実験を行った [1]。問題設定として、2 元純粋状態信号 $|a\rangle, |b\rangle$ の識別を行うことを考える。各信号の生起確率を ζ_a, ζ_b とすると、量子最適受信機による誤り率の理論式、すなわち、Helstrom 限界は以下ようになる。

$$P_{\text{error}} = \frac{1}{2} \{1 - [1 - 4\zeta_a\zeta_b | \langle a|b \rangle |^2]^{1/2}\} \quad (1)$$

実験では、二つの偏光状態を 2 元純粋状態として考え、その際の最小誤り率が Helstrom 限界に到達することを示している。2 つの偏光状態は実験では次のように定義する。

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}, |b\rangle = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

また、Barnett らは以下の直交状態のベクトルを定義した。

$$|a'\rangle = \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix}, |b'\rangle = \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \end{pmatrix} \quad (3)$$

これらをもとにした偏光測定をした結果の確率は、状態 (2) と状態 (3) の間の内積（オーバーラップ）によって決定する。

$$P_{\text{error}} = \zeta_a |\langle b'|a \rangle|^2 + \zeta_b |\langle a'|b \rangle|^2 \quad (4)$$

ここで $\tan 2\phi = [\tan 2\theta]/(\zeta_a - \zeta_b)$ と設定することによって、Helstrom 限界に到達する。もし、状態の生起確率が等確率であれば、 $\phi = \pi/4$ の場合が最適であり、Helstrom 限界は次のようになる。

$$P_{\text{error}} = \frac{1}{2} [1 - \sin(2\theta)] \quad (5)$$

上式が、Barnett らの実験において、理論値として示された誤り率である。

3 量子コンピュータによる量子最適受信機の実証実験

実験では IBM から提供している Qiskit を用いてシミュレーションと量子コンピュータサーバで実験を行った。まず、Qiskit で実験を実装するための純粋状態信号を生成する式を示す。

$$U_a |0\rangle_q = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |a\rangle \quad (6)$$

$$U_b |0\rangle_q = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |b\rangle \quad (7)$$

次に、量子測定の役割を果たす測定基底を生成する式を示す。

$$U_m^\dagger |0\rangle_m = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |a'\rangle \quad (8)$$

$$U_m^\dagger |1\rangle_m = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |b'\rangle \quad (9)$$

ただし、 $\{|0\rangle_m, |1\rangle_m\}$ は計算基底と呼ばれ、Qiskit にて量子ビットを測定するための基本的な基底である。最後に、量子ビット $|0\rangle_q$ が時間的にユニタリゲートを次々に作用させることで量子回路を実現する流れを式で書くと以下ようになる。

$$|a\rangle_{\text{out-a}} = U_m U_a |0\rangle_q \quad (\text{for } |a\rangle) \quad (10)$$

$$|a\rangle_{\text{out-b}} = U_m U_b |0\rangle_q \quad (\text{for } |b\rangle) \quad (11)$$

図 1 に、理論値およびシミュレーション実験値と実機実験値をもとに計算した、 θ を変化させたときの誤り率を示す。

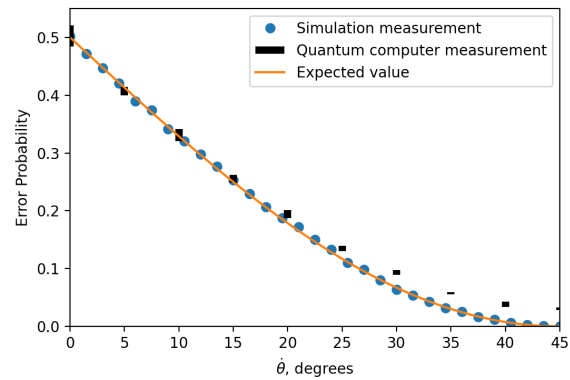


図 1 誤り率特性

4 まとめ

本稿では、プロが行っていた量子実験をプロでないものが行い、それと同じような結果を得ることが証明できた。実際、実験は理論値とは異なり、必ずエラーが出るということがわかった。量子コンピュータ実機は実際、環境によるエラーが発生しうするため、このような結果が出たと考えられる。エラー処理のための誤り訂正符号を導入することで平均誤り率の削減も試みることができると考えられる。今後、このような実験を手軽に行うことができ、量子通信の発展がさらに加速されることが期待できる。

参考文献

- [1] S. M. Barnett, E. Riss “Experimental demonstration of polarization discrimination at the Helstrom bound,” J. of Mod. Opt. **44**, no. 6, pp.1061-1064, (1997).

公表論文

1. 権, 王, 高比良, 白田, 令和4年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会, E3-4, (2022).